Blok 1 - Vaardigheden

bladzijde 56

1a $-5+8=3$
b $1-3\cdot-3=10$
c $18-10-1=7$
d $(3+4)-10+6=3$
e $-4+6=2$
f $-4+6=2$
g $(-3)^2-3=6$
h $22-3\times 8=-2$
i $\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}=\frac{64}{27}=2\frac{10}{27}$
j $\frac{5}{2}\times\frac{10}{3}+\frac{37}{6}=\frac{50}{6}+\frac{37}{6}=\frac{87}{6}=14\frac{1}{2}$
k $\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}-\frac{5}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{49}{4}-\frac{25}{4}=\frac{24}{4}=6$
l $\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}-1=\frac{35}{4}-1=7\frac{3}{4}$

2a Antwoord: 6 invoer: goed
b Antwoord: 25 invoer moet zijn: 2*(12 + 1/2)
c Antwoord: 9 invoer moet zijn : 2^3 + 1
d Antwoord: 4 invoer moet zijn: $\sqrt{(25-9)}$
e Antwoord: 1 invoer moet zijn: 9/(4 + 5)
f Antwoord: 0, 5625 invoer moet zijn: (3/4) ^ 2

bladzijde 57

3a $11a^2-10a-4$
b $5ab^2$
c $-2p^2+7p+6$
d **b**

4a $4a^2b+ab$
b $-ab-a^2b+ab^2$
c $2ab+2a^2b^2$
d $-xyz+2x^2yz$

5a $7p^2q$ heeft onder andere de factoren 7, p, p en q
$3pq^2$ heeft onder andere de factoren 3, p, q en q
b,c $7p^2q\times 3pq^2=21p^3q^3$ heeft onder andere de factoren 21, p, p, p, q, q en q

6a $12p^2q^2$
b $-4xy^2$
c $6x^4y^4$
d $6r^2t^5$
e $12a^7b$
f $3a^5b^3$
g $x^3y^2z^2$
h $6x^3-12x^3=-6x^3$
i $-24\,x^2$

7a $3x^2y\times 6x^2=18x^4y$
b $4x\times xy=4x^2y$
c $4a^2\times 2a^2b^3=8a^4b^3$
d $2xy\times 2xy=4x^2y^2$
e $(2xy)^4\times\frac{1}{32}x=\frac{1}{2}x^5y^4$
f $\frac{1}{2}xy\times\frac{1}{6}xy^{10}=\frac{1}{12}x^2y^{11}$

8a $6x-12$
b $84-14x$
c $-3+10-10x=7-10x$
d $-6x+12$
e $-x-5-3=-x-8$
f $-15-18x+3x=-15-15x$
g $-12x+36+2=-12x+38$
h $-19,95x-35,34$
i $-51x-85+6x=-45x-85$

9a $(x+3)(x-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$
b $(2q-1)(q+2) = 2q^2 + 4q - q - 2 = 2q^2 + 3q - 2$
c $(-2v+3)(3v+8) = -6v^2 - 16v + 9v + 24 = -6v^2 - 7v + 24$
d $(p^3+2)(p-3) = p^4 - 3p^3 + 2p - 6$
e $(3h-2)(2h^2-4) = 6h^3 - 4h^2 - 12h + 8$
f $(-2e-3)(-e-4) = 2e^2 + 8e + 3e + 12 = 2e^2 + 11e + 12$
g $(a^2+2b)(a-3b) = a^3 - 3a^2b + 2ab - 6b^2$
h $(x^2y+x)(xy+4) = x^3y^2 + 4x^2y + x^2y + 4x = x^3y^2 + 5x^2y + 4x$

bladzijde 58

10a $9p^2 + 30p + 25$
b $4v^2 - 16v + 16$
c $b^2 - 25$
d $9x^2y^2 - 36$
e $2l^3 + 3l^2 - 14l - 21$
f $9u^2 - 3u + 0{,}25$
g $g^2 - \frac{1}{9}$
h $\frac{1}{4}r^2 + 2rs + 4s^2$
i $p^4 - 5$

11a $(a+1)(a^2+2a+1) = a^3 + 2a^2 + a + a^2 + 2a + 1 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$
b $(2y+3)^3 = (2y+3)(2y+3)(2y+3) =$
$= (2y+3)(4y^2+12y+9) = 8y^3 + 24y^2 + 18y + 12y^2 + 36y + 27 =$
$= 8y^3 + 36y^2 + 54y + 27$

$(1-3p)^3 = (1-3p)(1-6p+9p^2) =$
$= 1 - 6p + 9p^2 - 3p + 18p^2 - 27p^3 =$
$= 1 - 9p + 27p^2 - 27p^3$

$(b+3)^4 = (b+3)^2(b+3)^2 = (b^2+6b+9)(b^2+6b+9) =$
$= b^4 + 6b^3 + 9b^2 + 6b^3 + 36b^2 + 54b + 9b^2 + 54b + 81 =$
$= b^4 + 12b^3 + 54b^2 + 108b + 81$

12a $(x+13)^2 = x^2 + 26x + 169$
b $(5-2p)^2 = 25 - 20p + 4p^2$
c $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
d $(x^2+x)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2$

bladzijde 59

13a $(x+2)(x+4)$
b $(x-6)(x-4)$
c $(a+6)(a-2)$
d $(p+10)(p+3)$

14a $(\sqrt{x})^2 + 3\sqrt{x} + 2 = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)$
b $(x^3)^2 + 5x^3 + 6 = (x^3+2)(x^3+3)$
c $(xy)^2 + 6xy + 8 = (xy+4)(xy+2)$
d $(x^4y)^2 + 6x^4y - 16 = (x^4y+8)(x^4y-2)$

15a $2x^2 - 8x + 6 = 2(x^2 - 4x + 3) = 2(x-3)(x-1)$

b $x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 + 2x + 1) = x^2(x+1)^2$

c $x^7 - 25x^3 = x^3(x^4 - 25) = x^3(x^2+5)(x^2-5) = x^3(x^2+5)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$

d $2x + 8\sqrt{x} - 10 = 2((\sqrt{x})^2 + 4\sqrt{x} - 5) = 2(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-1)$

e $4x^2y^2 + 24xy^2 + 36y^2 = 4y^2(x^2 + 6x + 9) = 4y^2(x+3)^2$

f $x^2 - 2 = (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

g $x^4 - 1 = (x^2+1)(x^2-1) = (x^2+1)(x+1)(x-1)$

h $6x^2 - 24 = 6(x^2-4) = 6(x+2)(x-2)$

16a Op nul herleiden geeft $x^3 - 4x^2 - 5x = 0$. Dan ontbinden door de factor x buiten de haakjes te zetten. Je krijgt $x(x^2 - 4x - 5) = 0$. Daar uit volgt dat $x = 0$ of $x^2 - 4x - 5 = 0$. Die laatste vergelijking kun je ook met ontbinden oplossen: $(x-5)(x+1) = 0$ geeft $x = 5$ of $x = -1$.
Er zijn dus drie oplossingen: $x = 0,\ x = 5,\ x = -1$.

b Ontbinden door een factor x buiten de haakjes te halen: $x(2x^2 - 9x + 7) = 0$
Daar uit volgt $x = 0$ of $2x^2 - 9x + 7 = 0$. Die laatste vergelijking los je op met de *abc*-formule:
$x = \dfrac{9+\sqrt{25}}{4} = 3{,}5$ of $x = \dfrac{9-\sqrt{25}}{4} = 1$. Er zijn dus drie oplossingen: $x = 0$, $x = 3{,}5$ en $x = 1$.

c Ontbinden geeft: $3x(x^3 + 2x^2 - 3) = 0$. Hieruit volgt $x = 0$ of $x^3 + 2x^2 - 3 = 0$. Die laatste vergelijking heeft als oplossing $x = 1$, want $1 + 2 - 3 = 0$. Als je de grafiek van de functie
$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3$ bekijkt, zie je dat er maar 1 nulpunt is en dat nulpunt hebben we gevonden.
Dus de vergelijking heeft 2 oplossingen, $x = 0$ en $x = 1$.

d Ontbinden geeft : $x(x^2 - x - 1) = 0$. Dus $x = 0$ of $x^2 - x - 1 = 0$.
Die laatste vergelijking los je op met de *abc*-formule: $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ of $x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.
Er zijn dus drie oplossingen:
$x = 0,\ x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ en $x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

e Je herleidt de vergelijking op nul: $x^4 - x^2 - 2 = 0$ of ook $(x^2)^2 - x^2 - 2 = 0$. Door te ontbinden krijg je $(x^2-2)(x^2+1) = 0$ dus $x^2 - 2 = 0$ of $x^2 + 1 = 0$. De laatste vergelijking heeft geen oplossingen, maar de eerste vergelijking heeft twee oplossingen $x = \sqrt{2}$ of $x = -\sqrt{2}$.

f $x - \sqrt{x} = 0$ geeft $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0$ dus $\sqrt{x} = 0$ of $\sqrt{x} = 1$. Daaruit volgen de twee oplossingen: $x = 0$ en $x = 1$.

17a De manier van de vorige opdracht is omslachtiger. Er zijn twee getallen waarvan het kwadraat gelijk is aan 100 en dat zijn 10 en –10. Deze getallen zijn de oplossingen van de vergelijking.

b $x = -\sqrt{5}$ en $x = \sqrt{5}$.

c Uit de vergelijking volgt $(2x)^2 = 9$ dus $2x = 3$ of $2x = -3$. De twee oplossingen zijn $x = 1\tfrac{1}{2}$ en $x = -1\tfrac{1}{2}$.

Keuzemenu - ICT-grafieken met VU-grafiek

bladzijde 60

1a De snijpunten van de grafiek van f met de x-as zijn $(-3, 0)$, $(4, 0)$ en $(5, 0)$.
Controle: $f(-3) = 0,5 \cdot (-3)^3 - 3 \cdot (-3)^2 - 3,5 \cdot (-3) + 30 = -13,5 - 27 + 10,5 + 30 = 0$
$f(4) = 0,5 \cdot 4^3 - 3 \cdot 4^2 - 3,5 \cdot 4 + 30 = 32 - 48 - 14 + 30 = 0$
$f(5) = 0,5 \cdot 5^3 - 3 \cdot 5^2 - 3,5 \cdot 5 + 30 = 62,5 - 75 - 17,5 + 30 = 0$

b Stel de x-as in van –5 tot 10. Een nadeel is dat je dan het minimum tussen $x = 4$ en $x = 5$ niet meer zo goed ziet.

c De snijpunten blijken dan te zijn: (–3,66; –21,97), (2,19; 13,16) en (7,47; 44,81)

bladzijde 61

2a -

b Zet aantal grafieken op 8.

3a -

b -

c De grafiek snijdt de x-as in twee punten voor $a = 0{,}25$. Hij snijdt de x-as voor $x = 0$ en raakt de x-as voor $x = 2$.

d Voor $a = 0,5$ gaat de grafiek door $(2, 2)$.

4a Wanneer je de waarde van a verandert dan blijven de nulpunten gelijk. Alleen de steilheid van de parabool verandert.

b $f(x) = a \cdot (x^2 - x) = 0 \Rightarrow a \cdot x \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = 1$. Deze antwoorden zijn onafhankelijk van de waarde van a.

c Voor $a = 2{,}5$ gaat de grafiek door (3, 15).

d Grafiek door (3, 15), dus: $f(3) = 15 \Rightarrow a \cdot (3^2 - 3) = 15 \Rightarrow a \cdot 6 = 15 \Rightarrow a = 2\frac{1}{2}$.

5a Op elke grafiek ligt het punt $(-3{,}5; 0)$.

$$f(-3,5) = 2a + \frac{a}{-3,5 + 3} = 2a + \frac{a}{-0,5} = 2a - 2a = 0 \ .$$

Dit is onafhankelijk van de waarde van a, het klopt dus.

b Als er voor x waarden dicht bij –3 gekozen worden dan gaan de waarden van de grafiek naar plus-oneindig of min-oneindig.

c Als er voor x waarden dicht bij –3 gekozen worden dan komt er in de noemer van de breuk een heel klein getal te staan. De waarde van de breuk wordt daardoor heel groot.

bladzijde 62

6a c heeft de waarde –4 omdat er voor $x = 0$ –4 uit moet komen. De waarden voor a en b spelen door het invullen van $x = 0$ geen rol meer.

b -

7a Plot de grafiek van f en $y = x^2 - 4x + 5$ in VU-Grafiek.
Schuif net zolang met de parameters a, b en c tot beide grafieken samenvallen.
Je vindt dan: $a = 1, b = 2, c = 1 \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 + 1$ of
$a = -1, b = -2, c = 1 \Rightarrow f(x) = (-x+2)^2 + 1$

b Plot weer beide grafieken. Je ziet dat de grafiek van f altijd een dalparabool is en die van $y = -2x^2 + 3x + 6$ een bergparabool. Het kan dus niet.

c Ook hier is de gevraagde grafiek een bergparabool en ook dit kan dus niet.

d a: $f(x) = (ax-b)^2 + c = a^2x^2 - 2abx + b^2 + c$ valt samen met $y = x^2 - 4x + 5$.
Dus $a^2 = 1$, $-2ab = -4$ en $b^2 + c = 5$
Er geldt dus, $a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$ of $a = -1$.
Eerst $a = 1 \Rightarrow -2 \cdot 1 \cdot b = -4 \Rightarrow b = 2$.
$b = 2 \Rightarrow 2^2 + c = 5 \Rightarrow c = 1$
Een oplossing is dus $a = 1, b = 2, c + 1 \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 + 1$.
Nu $a = -1 \Rightarrow -2 \cdot -1 \cdot b = -4 \Rightarrow b = -2$.
$b = -2 \Rightarrow (-2)^2 + c = 5 \Rightarrow c = 1$
Een tweede oplossing is dus $a = -1, b = -2, c = 1 \Rightarrow f(x) = (-x+2)^2 + 1$
Overigens is deze tweede oplossing niet anders als de eerste want
$(-x+2)^2 + 1 = \{-(x-2)\}^2 + 1 = (-1)^2 \cdot (x-2)^2 + 1 = (x-2)^2 + 1$
b: $f(x) = (ax-b)^2 + c = a^2x^2 - 2abx + b^2 + c$ valt samen met $y = -2x^2 + 3x + 6$.
Er geldt dus $a^2 = -2$ en dit kan niet. De grafiek van f kan dus nooit samenvallen met $y = -2x^2 + 3x + 6$.
c: $f(x) = (ax-b)^2 + c = a^2x^2 - 2abx + b^2 + c$ is een dalparabool want de factor voor x^2 is $a^2 > 0$. De parabool door $(0,0)$ met top $(4,12)$ is een bergparabool. de grafiek van f kan dus nooit hiermee samenvallen.

8a $\dfrac{30\,m}{\text{sec}} = \dfrac{30 \cdot 3600\,m}{3600\,\text{sec}} = \dfrac{108000\,m}{1\,uur} = 108$ km/u.

b Met een snelheid van 30 m/sec houdt hij het 400 meter vol.
Dit kost hem $\dfrac{400}{30} = 13{,}3$ seconden.

c De grafiek moet toenemend stijgend zijn want de cheeta komt snel op grote snelheid. De onderste grafiek past dus het beste, want die is toenemend stijgend.

bladzijde 63

9a -

b De grafiek van de start gaat na 15 seconden over in de lineaire grafiek $s = -200 + 30t$. Hieruit is te zien dat de topsnelheid 30 m/s is.

c De raaklijn aan de startgrafiek van de cheeta is na 9 seconden evenwijdig aan de grafiek van de zebra, dus hebben ze op dat moment dezelfde snelheid. de grafieken zijn dan even steil.

d Wanneer ze dezelfde snelheid hebben kun je die snelheid zien in de formule van de zebra. De snelheid na 9 seconden is dus ongeveer 19,4 m/s.

e De grafieken moeten dus weer even steil lopen dat is na ongeveer 33 seconden.

f Op $t = 0$ is de afstand tussen beide dieren 250 meter.

10a Verander de 250 in a.

b Het eerste snijpunt is het moment waarop de cheeta de zebra gevangen heeft.
Het tweede snijpunt is dan niet meer reëel.

c De voorsprong moet meer dan 141 meter zijn.

11a Voor de zebra is in de formule geen deel opgenomen waarop zijn snelheid toeneemt tot de constante snelheid die het uiteindelijk wordt. De zebra heeft op $t = 0$ al direkt de snelheid van 19,4 m/s.

b Wanneer de zebra uit stilstand start, zal ook voor de zebra de startformule een machtsfunctie $s = at^b$ moeten zijn. De parameters a en b moeten zo gekozen worden dat de snelheid na 15 seconden 19,4 m/s is, de topsnelheid. Beide parameters a en b hebben invloed op de steilheid van deze grafiek. Natuurlijk versnelt een zebra veel minder goed als een cheeta, de grafiek is dus minder steil.
Wat proberen zou kunnen leiden tot de formule $s = 3{,}34 \cdot t^{1{,}5}$ voor de eerste 15 seconden, maar ook andere formules zijn mogelijk.
Om de grafiek van de formule van de constante snelheid na 15 seconden goed te laten aansluiten op de grafiek van de formule $s = 3{,}34 \cdot t^{1{,}5}$ moet de formule na 15 seconden worden: $s = -97 + 19{,}4 \cdot t$.
De voorsprong die de zebra heeft is hier nog niet in verwerkt. Deze stel je in met de schuifparameter a.
De formules worden dan:

zebra: $s = 3{,}34 \cdot t^{1{,}5} + a$ als $0 \le t \le 15$

$s = -97 + 19{,}4 \cdot t + a$ als $t > 15$

Wanneer je nu de schuifparameter gebruikt zie je dat de voorsprong van de zebra nu ongeveer 240 meter moet zijn om de cheeta voor te blijven.