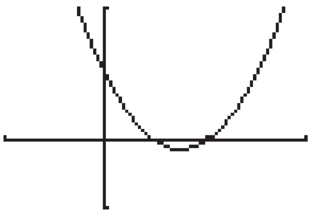
Hoofdstuk 4 - Machtsfuncties

Voorkennis: Functies en symmetrie

bladzijde 92

V-1a Kies als vensterinstelling voor je GR bijvoorbeeld $-1 \le X \le 2$ en $-1 \le Y \le 2$ en voer in $Y1 = 2X^2 - 3X + 1$. Je krijgt:



b $2x^2 - 3x + 1 = 0$, dan $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$ en $x = \dfrac{3-\sqrt{1}}{4} = \frac{1}{2}$ of $x = \dfrac{3+\sqrt{1}}{4} = 1$.
De exacte coördinaten van de snijpunten met de x – as zijn dus $\left(\frac{1}{2};\ 0\right)$ en $\left(1;\ 0\right)$

c De lijn $x = \frac{3}{4}$ is symmetrielijn van de twee nulpunten en ook van de grafiek van f.

d De top ligt op de symmetrielijn. De top is dus $\left(\frac{3}{4},\ f(\frac{3}{4})\right) = (\frac{3}{4}, -\frac{1}{8})$

V-2a De symmetrielijn is $x = 1$. A heeft als $x-$ coördinaat 3. De $x-$ coördinaat van B is dan $1 - (3-1) = -1$.

b $B(-1,\ f(3)) = B(-1,\ 13)$; omdat $f(-1) = 13$ ligt B op de grafiek.

bladzijde 93

V-3a Je zoekt de symmetrielijn. $x^2 + x + 1 = 0$ heeft geen oplossingen omdat $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$ negatief is. Los dus bijvoorbeeld op $x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$ of $x = 0$ en je vindt de symmetrielijn $x = \dfrac{-1+0}{2} - \frac{1}{2}$.
De top is dus $(-\frac{1}{2};\ f(-\frac{1}{2})) = (-\frac{1}{2};\ \frac{3}{4})$.

b $g(x) = -(2x+3)(3-x) - 6$. Je zoekt weer de symmetrie-lijn. Als je $-(2x+3)(3-x) - 6 = -6$ oplost krijg je $-(2x+3)(3-x) = 0 \Rightarrow x = -1\frac{1}{2}$ of $x = 3$.
De symmetrielijn is dus $x = \frac{3}{4}$ en de top is $(\frac{3}{4},\ g(\frac{3}{4})) = (\frac{3}{4}, -16\frac{1}{8})$.

c Als je $h(x) = 2$ dus $(x-4)^2 = 0$ dan krijg je $x = 4$ als enige oplossing en dus is $x = 4$ de symmetrielijn en de top is $(4,\ h(4)) = (4,\ 2)$.

d Het handigste is hier om $k(x) = 2$ op te lossen. Je krijgt dan $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$ of $x = 0$, de symmetrielijn is $x = -\frac{1}{2}$ en de top $(-\frac{1}{2},\ k(-\frac{1}{2})) = (-\frac{1}{2},\ 1\frac{7}{8})$.

V-4 Het andere snijpunt ligt aan de andere kant van de symmetrielijn $x = 4$ en even ver er vandaan. De x – coördinaat van het gezochte snijpunt is dus $4 + (4 - (-2)) = 10$.
Het snijpunt is $(10,\ 0)$.

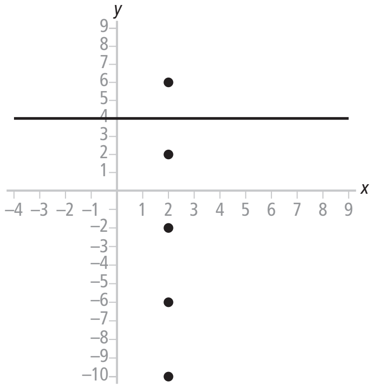
V-5a Zie hiernaast

b Zie hiernaast. $R(3,\ 6)$

c $S(3,\ -6)$

d $M(3,\ -2)$

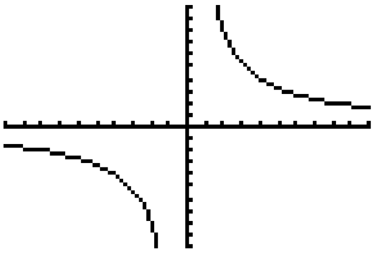
e beeld van R: $(3,\ -10)$



V-6a

x	−2	−1	0	1	2
y	−8	−16	geen waarde	16	8

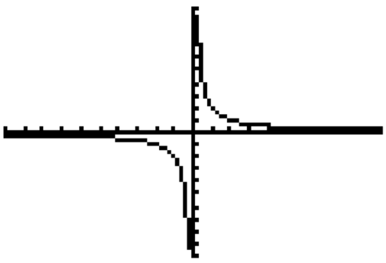
b Onderstaande grafiek heet hyperbool



c $y = \dfrac{16}{x}$

d 16 delen door een getal kan nooit 0 opleveren

V-7a

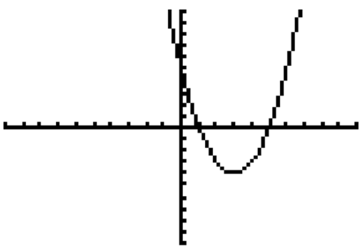


b $(-8,\ -0{,}25)$

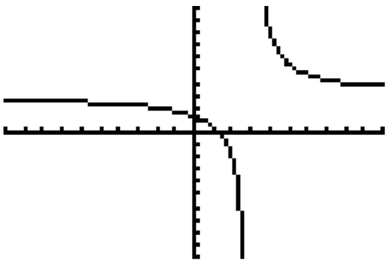
c $f(-a) = \dfrac{2}{-a} = -\dfrac{2}{a} = -f(a)$

d in lijn $y = x$ en ook in lijn $y = -x$

V-8a Bijvoorbeeld $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Een plot:



b Bijvoorbeeld $g(x) = 3 + \frac{5}{x-3}$. Een plot daarvan:



Een ander voorbeeld is de lijn $y = x$.

V-9 De lijn $x = 5$ is mogelijke symmetrielijn. De lege cellen kun je nu maar op één manier invullen. Je krijgt:

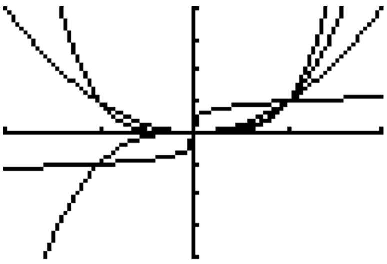
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	6	10	12	13	12	10	6	1

V-10 Je kunt bijvoorbeeld de oorsprong als symmetriepunt nemen; de lege plekken in de tabel kun je dan willekeurig invullen.

4.1 Machtsfuncties

bladzijde 94

1a



Ze gaan door de punten $(0,\ 0)$ en $(1,\ 1)$, zijn elk op hun manier symmetrisch en hebben $\mathbb{R}$ als domein.

b Even machten: de functies zijn overal ≥ 0 en zijn symmetrisch in lijn $x = 0$
Oneven machten: deze functies hebben als bereik $\mathbb{R}$ en zijn puntsymmetrisch in de oorsprong

c $(-x)^{even} = (-1)^{even} \cdot x^{even} = x^{even}$ (lijnsymmetrie in $x = 0$);
$(-x)^{oneven} = (-1)^{oneven} \cdot x^{oneven} = -x^{oneven}$ (puntsymmetrie in oorsprong)

d $B_f = [0, \rightarrow\rangle$; $B_g = \mathbb{R}$; $B_h = [0, \rightarrow\rangle$; $B_k = \mathbb{R}$

2a f en h zijn lijnsymmetrisch in $x = 0$

b g en k zijn puntsymmetrisch in $(0,\ 0)$

c Je past de theorie toe die onderaan bladzijde 94 staat.
De vergelijking $f(x) = 3$ heeft twee oplossingen: $x = \sqrt{3} \approx 1,73$ en $x = -\sqrt{3} \approx -1,73$.
De vergelijking $f(x) = 0$ heeft één oplossing: $x = 0$.
De vergelijking $f(x) = -2$ heeft geen oplossing.

d De vergelijking $g(x) = 3$ heeft één oplossing, namelijk $x = \sqrt[3]{3} \approx 1,44$.
De vergelijking $g(x) = 0$ heeft één oplossing, namelijk $x = 0$.
De vergelijking $g(x) = -2$ heeft één oplossing, namelijk $x = -\sqrt[3]{2} \approx -1,26$.
De vergelijking $h(x) = 3$ heeft twee oplossingen, namelijk
$x = \sqrt[4]{3} \approx 1,32$ en $x = -\sqrt[4]{3} \approx -1,32$.
De vergelijking $h(x) = 0$ heeft één oplossing, namelijk $x = 0$.
De vergelijking $h(x) = -2$ heeft geen oplossing.
De vergelijking $k(x) = 3$ heeft één oplossing, namelijk $x = \sqrt[5]{3} \approx 1,25$.
De vergelijking $k(x) = 0$ heeft één oplossing, namelijk $x = 0$.
De vergelijking $k(x) = -2$ heeft één oplossing, namelijk $x = -\sqrt[5]{2} \approx -1,15$.

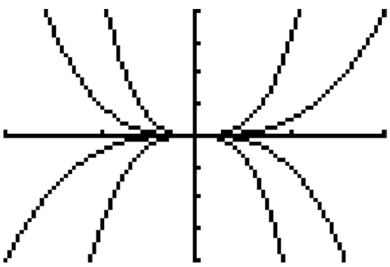
bladzijde 95

3a De functievoorschriften van g en h hebben een even exponent en bijbehorende grafieken hebben dan een symmetrieas.

b De functies f, g, h en k gaan allemaal door punt $(1,\ 1)$. Alleen f en k gaan door $(-1,\ -1)$

c Je past de theorie toe die onderaan bladzijde 94 staat.
De vergelijking $f(x) = 20$ heeft één oplossing omdat de exponent van het functievoorschrift oneven is. Hetzelfde geldt voor de vergelijking $f(x) = -8$.
De exponent van het functievoorschrift van k is 25, dus ook oneven. Dat betekent dat de vergelijkingen $k(x) = 20$ en $k(x) = -8$ allebei precies een oplossing hebben. Bij g en h horen even exponenten. $g(x) = 20$ en $h(x) = 20$ hebben dan twee oplossingen en $g(x) = -8$ en $h(x) = -8$ geen oplossing.

4a



Ze gaan allemaal door de oorsprong.

b Omdat $a \times 0 = 0$ is voor willekeurige a .

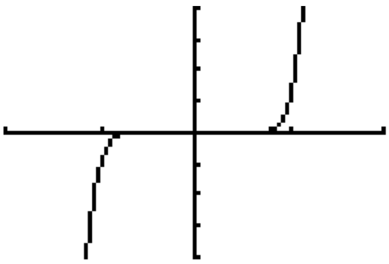
c De exponent is oneven. Van de eigenschappen in het schema blijven over: gaat door $(0,\ 0)$, is puntsymmetrisch in $(0,\ 0)$, heeft altijd één oplossing (als tenminste geldt dat $a \neq 0$).

5a Er zijn 8 kubusjes met elk een inhoud van r^3 eenheden. Dus $I = 8r^3$

b Bij de twee zijaanzichten tel je in totaal 16 vierkantjes met elk een oppervlakte van r^2 , bij boven-, onder-, voor- en achteraanzicht horen in totaal nog 16 vierkantjes, dus samen 32. Je hebt dan nog twee vierkantjes niet gehad, de twee opstaande vierkantjes aan de binnenkant van de poten van het ding. De formule voor O wordt: $O = 34r^2$

c $O = 306 \Rightarrow 34r^2 = 306 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$. Omdat een negatieve r hier geen betekenis heeft blijft over de oplossing $r = 3$. Invullen in de formule voor I geeft $I = 8 \times 3^3 = 316$.

6a $h(x) = f(x) \cdot g(x) = x^2 \cdot x^9 = x^{2+9} = x^{11}$. Het antwoord is dus ja en $a = 11$. Als je $\text{Y1} = \text{X}^2 * \text{X}\wedge 9$ en $\text{Y2} = \text{X}\wedge 11$ in je GR invoert, dan krijg je twee samenvallende grafieken:



b $k(x) = f(x) + g(x) = x^2 + x^9 = x^2(1 + x^7)$, maar meer kun je er niet van maken. Het antwoord is dus nee.

7a Deze bewering is onjuist. Wel juist is $x^3 \cdot x^8 = x^{3+8} = x^{11}$

b Deze bewering is onjuist. Wel juist is $\dfrac{x^{12}}{x^3} = x^{12-3} = x^9$

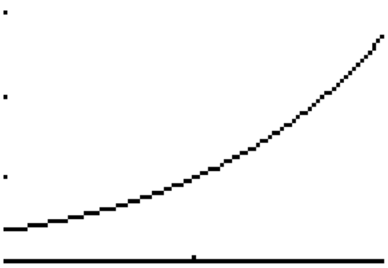
c Deze bewering is onjuist. Wel juist is $x^{354} \div x^8 = x^{354-8} = x^{346}$

d Deze bewering is onjuist. Wel juist is $x^5 + x^5 + x^5 = 3x^5$

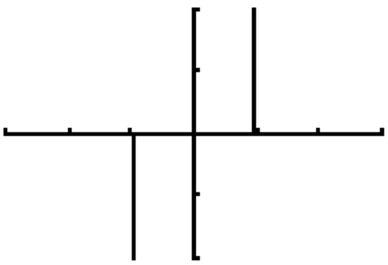
e Deze bewering is juist.

f Deze bewering is juist

8a Marja heeft ongelijk. Als je $\text{Y1} = \text{X}\wedge 100$ invoert in je GR en bijvoorbeeld $0,99 \le \text{X} \le 1,01$ en $0 \le \text{Y} \le 3$ als vensterinstelling kiest, dan zie je een stuk van de grafiek dat niet deel van een rechte lijn is.



b Met vensterinstellling $-3 \le \text{X} \le 3$ en $-2 \le \text{Y} \le 2$ krijg je.

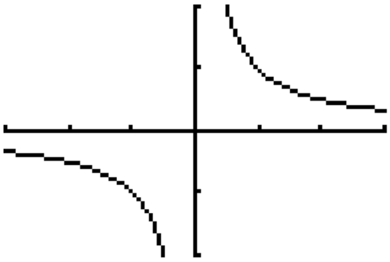


De verschillen in de grafieken van f en g zijn geheel te verklaren uit de omstandigheid dat 101 oneven is en 100 even.

4.2 Negatieve exponenten

bladzijde 96

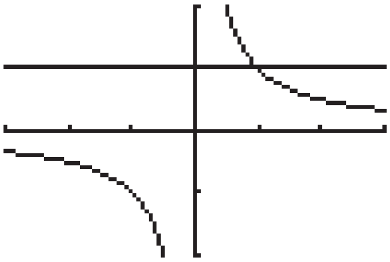
9a



Voor $x = 0$ bestaat $f(x)$ niet. Korter gezegd, $f(0)$ bestaat niet.

b Lijnen $x = 0$ en $y = 0$. De x – as ($y = 0$) is horizontale asymptoot, de y – as ($x = 0$) verticale asymptoot.

c



Hierboven zie je de grafieken van f en g . Afgezien van $x = 0$ is steeds $g(x) = 1$ en dus kun je het functievoorschrift van f ook schrijven als $f(x) = \frac{1}{x}$.

10a Alle grafieken gaan door punt $(1;\ 1)$.

b Bijbehorende functiewaarde bestaat steeds niet. Verder hebben ze allemaal $x = 0$ als verticale asymptoot.

c Voor $a = -2$ en $a = -4$ heeft f alleen positieve functiewaarden. Voor $a = -3$ is dat niet zo.

d $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $f(x) = \frac{1}{x^3}$ en $f(x) = \frac{1}{x^4}$.

11a Verticale asymptoot: $x = 0$ (y – as), horizontale asymptoot: $y = 0$ (x – as).

b De grafiek is puntsymmetrisch in $(0,\ 0)$.

c $f(x) = \frac{1}{x^5}$.

12a Als n even is, heeft x^{-n} alleen positieve waarden. In dat geval heeft de vergelijking $x^{-n} = -12$ geen oplossingen. Als n oneven is kan x^{-n} alle waarden aannemen behalve 0. In zo'n geval is de vergelijking $x^{-n} = -12$ dus wel oplosbaar. Geen oplossingen impliceert dus dat n even is.

b Precies één oplossing.

c Twee oplossingen.

bladzijde 97

13a Vergelijking $5x^{-5} = 170$. Oplossing: Plot Y1 = 5X ^ –5 en Y2 = 170
Met intersect krijg je de enige oplossing: $x \approx 0,49$

b1 Vergelijking $x^{-2}+25=0$. Oplossing: Plot $\text{Y1}=\text{X}\wedge -2+25$
Met zero vind je geen snijpunten met de x – as. Er zijn dus geen oplossingen.

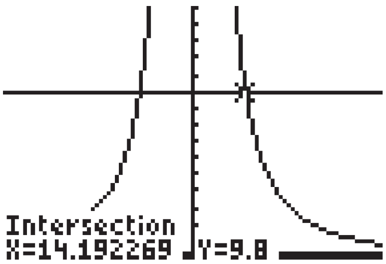
b2 Vergelijking $\dfrac{4}{x^4}=\frac{1}{2}$. Oplossing: Plot $\text{Y1}=4\text{X}\wedge -4$ en $\text{Y2}=0,5$
Met intersect krijg je twee oplossingen: $x\approx 1,68$ en $x\approx -1,68$

c Ongelijkheid $\frac{1}{7}x^{-6}<\frac{1}{448}$. Oplossing : Plot $\text{Y1}=(1/7)*\text{X}\wedge -6$ en $\text{Y2}=1/448$ met bijvoorbeeld vensterinstelling $-3\le \text{X}\le 3$ en $0\le \text{Y}\le 0,005$
De vergelijking $\frac{1}{7}x^{-6}=\frac{1}{448}$ heeft twee oplossingen, namelijk $x=2$ en $x=-2$. De oplossing van de ongelijkheid is dan $\langle\leftarrow,-2\rangle\cup\langle 2,\rightarrow\rangle$.

14a De omwentelingstijd t wordt dan erg klein.

b Dan wordt t groter en dus wordt a kleiner

c De vergelijking die je moet oplossen luidt: $200\ {}^2t^{-2}=9,8$. Oplossing: Plot $\text{Y1}=200\ {}^2*\text{X}\wedge -2$ en $\text{Y2}=9,8$. Met geschikte vensterinstelling en intersect krijg je



Dus zijn er twee oplossingen $t\approx\pm 14,19$. De oplossing $t\approx -14,19$ vervalt hier echter.

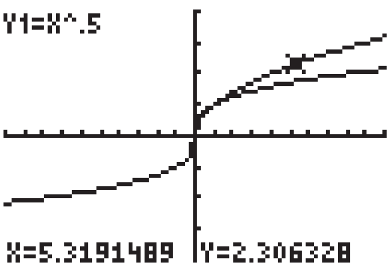
4.3 Gebroken exponenten

bladzijde 98

15a Per definitie is $\sqrt{x}$ het getal dat met zichzelf vermenigvuldigd x oplevert. Volgens de rekenregels voor exponenten geldt $x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=x^1=x$. Dus levert ook $x^{\frac{1}{2}}$ met zichzelf vermenigvuldigd x op. En dus is $x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

b Uit de rekenregels voor exponenten volgt $x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=x^1=x$.

c Plot $\text{Y1}=\text{X}\wedge 0,5$ en $\text{Y2}=\text{X}\wedge(1/3)$. Je krijgt:



Het domein van f is dan $[0,\rightarrow\rangle$ en het domein van g is gelijk aan $\mathbb{R}$.

d De grafieken van f en g gaan beide door de oorsprong. De oorsprong is het randpunt van f . Beide grafieken hebben in de oorsprong een verticale raaklijn.

16a Plot f en g in één grafiek. Neem $\text{Y1} = \text{X} \wedge (1/3)$ en $\text{Y2} = \text{X} \wedge (1/4)$.
Met intersect vind je de oplossingen $x = 0$ en $x = 1$

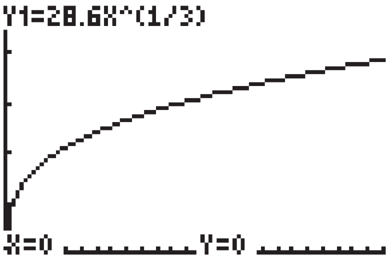
b De oplossing is $\langle 0, 1 \rangle$.

c Plot $\text{Y1} = \text{X} \wedge (1/3)$ en $\text{Y2} = 4$. Met intersect krijg je de oplossing $x = 64$

d Plot $\text{Y1} = \text{X} \wedge (1/4)$ en $\text{Y2} = 2$. Met intersect krijg je de oplossing $x = 16$

17a Bijbehorende grafiek is stijgend, zie ook onderdeel b.

b Plot $\text{Y1} = 28{,}6\text{X} \wedge (1/3)$ en neem $0 \le \text{Y max} \le 500$ en $\text{Xscl} = \text{Yxcl} = 100$. Je krijgt:



c Je moet nu de vergelijking $28{,}6 \cdot A^{\frac{1}{3}} = 300$ oplossen. Plot behalve
$\text{Y1} = 28{,}6\text{X} \wedge (1/3)$ nu ook $\text{Y2} = 300$.
Met intersect vind je $A \approx 1154$ vierkante mijlen.

bladzijde 99

18a $\sqrt[4]{16} = 16^{\frac{1}{4}} = 2$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3}$; $\sqrt[5]{-1} = (-1)^{\frac{1}{5}} = -1$

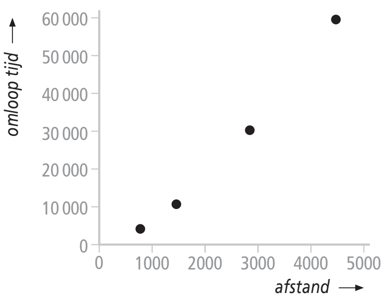
b $\sqrt[3]{8^4} = (8^4)^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{4}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^4 = 2^4 = 16$; $(\sqrt[3]{8})^4 = (8^{\frac{1}{3}})^4 = 2^4 = 16$

c $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = 5$ volgens de GR. Dat is logisch omdat

$5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = (5^{\frac{1}{3}})^3 = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$.

d $\sqrt[5]{23} = 23^{\frac{1}{5}} \approx 1{,}87$; $\sqrt[9]{-213} = (-213)^{\frac{1}{9}} \approx -1{,}81$; $\sqrt[6]{0{,}45} = (0{,}45)^{\frac{1}{6}} \approx 0{,}88$

19a



b Neem bijvoorbeeld Uranus en vul die in: $30660 = c \cdot 2870^{\frac{3}{2}} \Rightarrow c = \dfrac{30660}{2870^{\frac{3}{2}}} \approx 0{,}199$ dus
$c \approx 0{,}2$

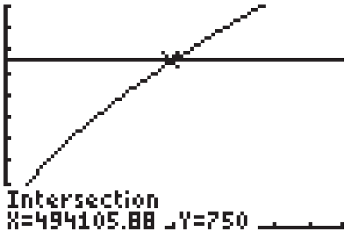
c $88 = 0{,}2 \cdot A^{\frac{3}{2}} \Rightarrow A^{\frac{3}{2}} = \dfrac{88}{0{,}2} = 440 \Rightarrow A = 440^{\frac{2}{3}} \approx 57{,}8$. Dus Mercurius ligt op een afstand van ongeveer 58 miljoen km van de zon.

d De aarde heeft een omlooptijd van 365,25 dagen.

$365{,}25 = 0{,}2 \cdot A^{\frac{3}{2}} \Rightarrow A^{\frac{3}{2}} = \dfrac{365{,}25}{0{,}2} = 1826{,}25 \Rightarrow A = 1826{,}25^{\frac{2}{3}} \approx 149{,}4$. Dus de aarde ligt op een afstand van ongeveer 149 miljoen km van de zon.

20a $HG = 0,12 \cdot LG^{\frac{2}{3}} = 0,12 \cdot 1000^{\frac{2}{3}} = 12$, dus 12 gram

b De vergelijking die hier moet worden opgelost is $0,12 \cdot LG^{\frac{2}{3}} = 750$.
Plot $\text{Y1} = 0,12 * \text{X} \wedge (2/3)$ en $\text{Y2} = 750$ met vensterinstelling
$0 \le \text{X} \le 1000000$ en $0 \le \text{Y} \le 1000$. Met intersect krijg je:



Het gemiddelde lichaamsgewicht van giraffes is dus ongeveer 494 kg.

4.4 Exact oplossen

bladzijde 100

21a $(x^5)^{\frac{1}{5}} = x^{\frac{5}{5}} = x^1 = x$. Dit verklaart de overgang van de 2^e^ naar de 3^e^ regel.

b $x^3 = 13 \Rightarrow (x^3)^{\frac{1}{3}} = 13^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{13}$

c $3x^6 = 30 \Rightarrow x^6 = 10 \Rightarrow x = 10^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{10}$ of $x = -10^{\frac{1}{6}} = -\sqrt[6]{10}$. Omdat de exponent 6 even is zijn er nu twee oplossingen. Zie ook de theorie op bladzijde 94.

d $\sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}} \approx 1,25$; $\sqrt[3]{13} = 13^{\frac{1}{3}} \approx 2,35$; $\sqrt[6]{10} = 10^{\frac{1}{6}} \approx 1,47$, de oplossingen zijn dus $\pm 1,47$.

bladzijde 101

22a $x^{20} = 1000 \Rightarrow x = 1000^{\frac{1}{20}} = \sqrt[20]{1000}$; $\sqrt[20]{1000} = 1000^{\frac{1}{20}} \approx 1,41$

b $x^{-3} = 6 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{6} \Rightarrow x = (\frac{1}{6})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{6}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{6}} = (\frac{1}{6})^{\frac{1}{3}} \approx 0,55$

c $x^{\frac{2}{3}} = 4 \Rightarrow (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

23a a even, maar $\neq 0$; als $a > 0$: $x = \sqrt[a]{3}$ en $x = -\sqrt[a]{3}$, als $a < 0$: $x = \sqrt[-a]{\frac{1}{3}}$ en $x = -\sqrt[-a]{\frac{1}{3}}$

b $x^{-\frac{1}{6}} = 5 \Rightarrow x^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = (\frac{1}{5})^6 = \frac{1}{15625} \approx 0,000064$

c -654 is negatief en even, dus $x^{-654} > 0$ en er is geen oplossing

24a $5x^{-5} = 160 \Rightarrow x^{-5} = 32 \Rightarrow x^5 = \frac{1}{32} \Rightarrow x = (\frac{1}{32})^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$

b $x^{-2} + 25 = 0 \Rightarrow x^{-2} = -25$; de exponent is even en negatief, dus x^{-2} is altijd positief en er is hier geen oplossing.

c $\frac{1}{7}x^{-6} = \frac{1}{448} \Rightarrow x^{-6} = \frac{1}{64} \Rightarrow x^6 = 64$; omdat de exponent 6 even is zijn er twee oplossingen, dit zijn $x = 64^{\frac{1}{6}} = 2$ en $x = -64^{\frac{1}{6}} = -2$

d $\frac{4}{x^4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[4]{8}$ of $x = -\sqrt[4]{8}$, ook hier dus twee oplossingen omdat de exponent 4 even is.

e $-3x^4 = -20 \Rightarrow x^4 = 6\frac{2}{3} \Rightarrow x = \sqrt[4]{6\frac{2}{3}}$ of $x = -\sqrt[4]{6\frac{2}{3}}$, ook hier twee oplossingen omdat de exponent 4 even is.

f $-3x^{-5} = -20 \Rightarrow x^{-5} = \frac{3}{20} \Rightarrow x^5 = \frac{3}{20} \Rightarrow x = \sqrt[5]{\frac{3}{20}}$; hier maar één oplossing omdat de exponent 5 oneven is.

25a Plot $Y1 = 8X \wedge 5$ en $Y2 = X \wedge 7$ met bijvoorbeeld $-2000 \leq Y \leq 2000$

Er lijken 3 snijpunten te zijn.

b $8x^5 = x^7 \Rightarrow 8x^5 - x^7 = 0 \Rightarrow x^5(8 - x^2) = 0 \Rightarrow x^5 = 0$ of $8 - x^2 = 0 \Rightarrow$
$x = 0$ of $x^2 = 8 \Rightarrow x = 0$ of $x = -\sqrt{8}$ of $x = \sqrt{8}$

c Je krijgt alleen de oplossingen $x = \sqrt{8}$ en $x = -\sqrt{8}$; de vergelijking $8x^5 = x^7$ kun je herleiden tot $x^5(8 - x^2) = 0$, dus is $x = 0$ ook een oplossing, die echter verdwijnt als je door x^5 deelt

26a $x^6 = 4x^4 \Rightarrow x^6 - 4x^4 = 0 \Rightarrow x^4(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x^2 = 4 \Rightarrow x = 0$ of $x = -2$ of $x = 2$

b $-3x^{13} = 9x^8 \Rightarrow -3x^{13} - 9x^8 = 0 \Rightarrow -3x^8(x^5 + 3) \Rightarrow x = 0$ of $x = -\sqrt[5]{3}$

c $\frac{1}{2}x^9 + 5x^5 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^5(x^4 + 10) \Rightarrow x = 0$ of $x^4 + 10 = 0$; $x^4 + 10$ is echter altijd positief en dus is $x = 0$ hier de enige oplossing

d $5x^3 = 80x^7 \Rightarrow 5x^3 - 80x^7 = 0 \Rightarrow 5x^3(1 - 16x^4) \Rightarrow x = 0$ of $1 - 16x^4 = 0 \Rightarrow$
$x = 0$ of $x^4 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = 0$ of $x = -\frac{1}{2}$ of $x = \frac{1}{2}$

e $\frac{1}{2}x^9 + 5x^5 = \frac{1}{2}x^5(x^4 + 10)$; omdat $x^4 + 10$ altijd groter is dan 0 is $\frac{1}{2}x^9 + 5x^5 \geq 0$ precies dan als $\frac{1}{2}x^5 \geq 0$ en dit is het geval als $x \geq 0$; de oplossing van de ongelijkheid is dus $[0, \rightarrow\rangle$; het is natuurlijk ook mogelijk de ongelijkheid via een plot op te lossen

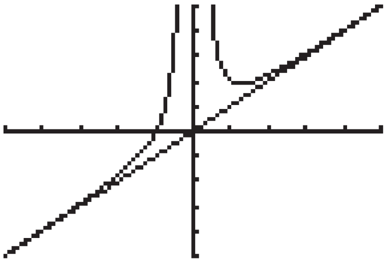
f Eerst los je de gelijkheid $3x^{-2} = 12$ op:
$3x^{-2} = 12 \Rightarrow x^{-2} = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ of $x = \frac{1}{2}$
Plot $Y1 = 3X \wedge -2$ en $Y2 = 12$ met bijvoorbeeld vensterinstelling
$-2 \leq X \leq 2$ en $0 \leq Y \leq 20$:
De oplossing van de ongelijkheid is dus $\langle \leftarrow, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, \rightarrow \rangle$

4.5 Som en verschil van machtsfuncties

bladzijde 102

27a $f(0{,}01) = 10000{,}01$, $f(-0{,}01) = 9999{,}99$; de term $\dfrac{1}{x^2}$ zorgt ervoor dat de functiewaarde groot is

b Plot $Y1 = X + X \wedge -2$ en $Y2 = X$ met vensterinstelling $-5 \leq X \leq 5$ en $-5 \leq Y \leq 5$:



c als x ver van 0 af ligt, dan is de invloed van de term $\dfrac{1}{x^2}$ op de functiewaarde erg klein en is dus $f(x) = x + \dfrac{1}{x^2} \approx x$

28a

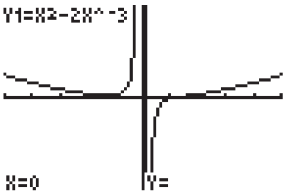
x	–5	–4,5	–4	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5
$-x^3$	125	91,1	64	42,9	27	15,6	8	3,4	1	–0,13
x^{-2}	0,04	0,05	0,06	0,08	0,11	0,16	0,25	0,44	1	4

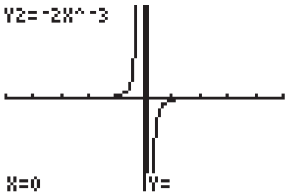
x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$-x^3$	–0,13	–1	–3,4	–8	–15,6	–27	–42,9	–64	–91,1	–125
x^{-2}	4	1	0,44	0,25	0,16	0,11	0,08	0,06	0,05	0,04

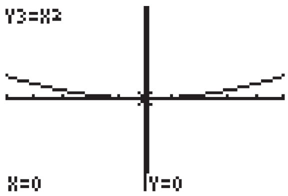
b De term $-x^3$ heeft voor grote waarden van x de meeste invloed op de functiewaarde $g(x)$. In de buurt van $x=0$ heeft de term $\frac{1}{x^2}$ de meeste invloed.

bladzijde 103

29 De gevraagde functies zijn $g(x)=-\frac{2}{x^3}$ en $h(x)=x^2$. Controle:







30a Voor grote waarden van x is $f(x)\approx x^2$, voor waarden dicht bij 0 is $f(x)\approx\frac{1}{x}$.

b Voor grote waarden van x is $g(x)\approx x^3$, voor waarden dicht bij 0 is $g(x)\approx-\frac{1}{x^2}$.

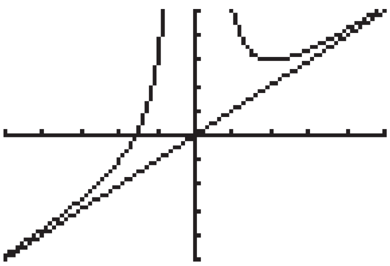
c Voor grote waarden van x is $h(x)\approx x^3$, voor waarden dicht bij 0 is $h(x)\approx\frac{1}{x^2}$.

31a de invloed van de term $\frac{a}{x^3}$ verdwijnt voor grote waarden van x, dat geldt voor beide a – waarden

b $f(x)=x^3+\frac{a}{x^3}=\frac{x^6+a}{x^3}$; $f(x)$ kan alleen 0 zijn als $x^6+a=0$ en de laatste vergelijking heeft slechts oplossingen als $a\le 0$. Het antwoord is dus : voor $a\le 0$.

c Voor grote waarden van x is de term $\frac{a}{x^3}$ verwaarloosbaar, welke waarde a ook heeft. De waarde van a is daar dus nauwelijks van invloed. De waarde van a is wel van invloed op het gedrag van de functie dichtbij de y – as. Als a bijvoorbeeld een andere teken heeft, ziet de grafiek er in de buurt van $x=0$ heel anders uit.

32a Plot $\text{Y1}=\text{X}+4\text{X}\,\hat{}\,{-2}$ en $\text{Y2}=\text{X}$ met vensterinstelling $-5\le \text{X}\le 5$ en $-5\le \text{Y}\le 5$.
Je krijgt:



Afgezien van $x=0$ is de term $\frac{4}{x^2}$ is altijd positief, dus is $x+\frac{4}{x^2}>x$ voor elke $x\ne 0$.
Voor $x=0$ bestaat $f(x)$ en ook $\frac{4}{x^2}$ niet. Maar je kunt wel zeggen dat $f(x)>x$ voor alle waarden van x waarvoor $f(x)$ een waarde heeft.

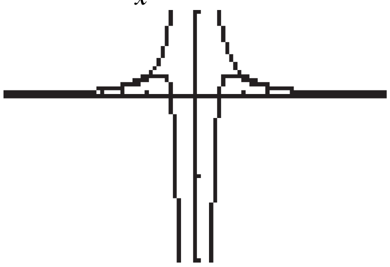
b $x + \dfrac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \dfrac{x^3+4}{x^2} = 0 \Rightarrow x^3 + 4 = 0 \Rightarrow x^3 = -4 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{4} \approx -1.59$

c Omdat $\dfrac{4}{x^2}$ is altijd positief ligt de grafiek van $g(x) = x - \dfrac{4}{x^2}$ overal waar $g(x)$ een waarde heeft onder die van $y = x$.

33a Dichtbij de $y-$as is de term $-\dfrac{1}{x^4}$ dominant, ver weg van de oorsprong is de invloed van beide termen verwaarloosbaar en gaat de functiewaarde naar 0; de $y-$as verticale en de $x-$as is horizontale asymptoot.

b $g(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x^4} \Rightarrow \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{x^4} \Rightarrow x^2 = x^4 \Rightarrow x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2(1-x^2) = 0 \Rightarrow$
$x^2(1+x)(1-x) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = 1$ of $x = -1$; de oplossing $x = 0$ vervalt omdat voor die $x-$waarde $g(x)$ geen waarde heeft.

c De term $-\dfrac{1}{x^4}$ is steeds negatief. Controle:



4.6 Gemengde opdrachten

bladzijde 104

34a De breedte is 2,5 dm, de lengte 5 dm en de hoogte $\dfrac{36}{2,5\times 5} = 2,88$ dm, de oppervlakte is dan $5\,5\times 2,5 + 2\times(2,5\times 2,88) + 2\times(5\times 2,88) = 55,7$ en dus $K = 55,7$ (dm^2) .

b De hoogte $h = \dfrac{36}{b\times 2b} = \dfrac{18}{b^2}$. Voor oppervlakte K geldt:
$K = 2b\times b + 2\times(b\times h) + 2\times(2b\times h) = 2b^2 + 2\times(b\times\dfrac{18}{b^2}) + 2\times(2b\times\dfrac{18}{b^2}) = 2b^2 + \dfrac{108}{b}$.

c Er moet gelden $b > 0$, het gaat immers om de breedte van een doos.

d $K(11) - K(10) = 251,82 - 210,8 = 41,02$ en $K(18) - K(17) = 654 - 584,35 = 69,65$. De vergroting van de breedte van 17 naar 18 dm leidt dus tot de grootste toename qua oppervlakte.

e Voer in: $\text{Y1} = 2\text{X}^2 + 108/\text{X}$ met vensterinstelling $0 \le \text{X} \le 17$ en $0 \le \text{Y} \le 400$.
Bepaal het minimum en je vindt $b = 3$. Dan is de breedte 3 dm, de lengte 6 dm en de hoogte $\dfrac{36}{3\times 6} = 2$ dm.

35a $Z = 0,4\cdot L^{-\frac{1}{3}} = 0,4\cdot 2400^{-\frac{1}{3}} \approx 0,0299$; de totale hoeveelheid zuurstof is $0,0299\times 2400\times 5 \approx 358,5$ ml

b $Z = 0,4\cdot L^{-\frac{1}{3}} = 0,4\cdot 20^{-\frac{1}{3}} \approx 0,1474$; de totale hoeveelheid zuurstof is $0,1474\times 20\times 5 = 14,7$ ml

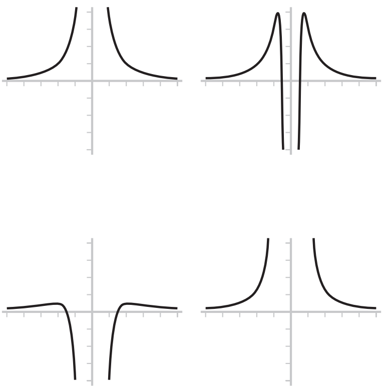
c Los op de vergelijking $0,08 = 0,4\cdot L^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow L^{-\frac{1}{3}} = 0,2 \Rightarrow L^{\frac{1}{3}} = 5 \Rightarrow L = 5^3 = 125$; dus $L = 125$ kg

d Een geit is 8 keer zo zwaar als een haas. Dan is het zuurstof gebruik per kg lichaamsgewicht van de geit is $\sqrt[3]{8} = 2$ keer zo klein als die van de haas. Het zuurstofgebruik per kg is namelijk omgekeerd evenredig met de derdemachtswortel van het lichaamsgewicht.

e $L = 0{,}032$. Dan is $Z = 0{,}4 \times (0{,}032)^{-\frac{1}{3}} \approx 1{,}2599$ en het verbruik bij het afleggen van 100 m is $1{,}2599 \times 0{,}032 \times 0{,}1 \approx 0{,}004$ ml. Kleine dieren gebruiken in verhouding (per kg lichaamsgewicht) veel zuurstof.

bladzijde 105

36a Hieronder vind je grafieken voor achtereenvolgens $a = 0,\ a = 1,\ a = 8$ en $a = -8$

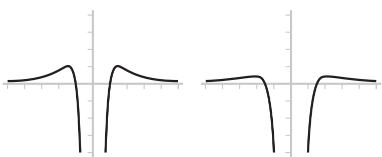


Als $a = 0$ of $a = -8$ zijn er geen nulpunten.

b omdat $\dfrac{4x^2}{x^4} = 4 \cdot x^{2-4} = 4 \cdot x^{-2} = \dfrac{4}{x^2}$

d Omdat $f(3) = 0$ is dus $\dfrac{4 \cdot 3^2 - a}{3^4} = 0$ en $a = 36$

e bijvoorbeeld $a = 1,\ a = 4,\ a = 9$. Een plot van de grafiek voor $a = 1$ vind je hierboven. Plots van de grafieken voor $a = 4$ en $a = 9$:



f voor $a = 1$ is het maximum 4 met $x -$ waarden $\approx \pm 0{,}71$;
voor $a = 4$ is het maximum 1 met $x -$ waarden $\approx \pm 1{,}41$;
voor $a = 9$ is het maximum ongeveer 0,444 met $x -$ waarden $\approx \pm 2{,}21$

g Je moet dus aantonen dat $\dfrac{4x^2 - a}{x^4} \le \dfrac{4}{a}$ voor alle $a > 0$. Deze ongelijkheid is gelijkwaardig met $a(4x^2 - a) \le 4x^4 \Leftrightarrow a^2 - 4ax^2 + 4x^4 \ge 0 \Leftrightarrow (a - 2x^2)^2 \ge 0$. Deze laatste ongelijkheid is duidelijk waar (een kwadraat is positief of 0) en het $=$ – teken geldt als $x^2 = \frac{1}{2}a$ of $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}a}$.

ICT - Negatieve exponenten

bladzijde 106

I-1a ze hebben nooit de waarde 0, de y – as is steeds verticale asymptoot, de x – as steeds horizontale asymptoot

b even machten: alle functiewaarden zijn positief en worden twee keer aangenomen, oneven machten: elke functiewaarde $\neq 0$ wordt precies één keer aangenomen

c dat functiewaarden bij machtsfuncties met negatieve even exponenten machten positief zijn is in te zien doordat je zo'n macht kunt schrijven als een macht van x^{-2}. Omdat x^{-2} (evenals x^2) altijd positief is, geldt dat bijvoorbeeld ook voor $x^{-18} = (x^{-2})^9$

d gevallen $n = -2$ en $n = -4$: domein $\langle \leftarrow, 0\rangle \cup \langle 0, \rightarrow\rangle$ en bereik $\langle 0, \rightarrow\rangle$; gevallen $n = -3$ en $n = -5$: domein $\langle \leftarrow, 0\rangle \cup \langle 0, \rightarrow\rangle$ en bereik $\langle \leftarrow, 0\rangle \cup \langle 0, \rightarrow\rangle$

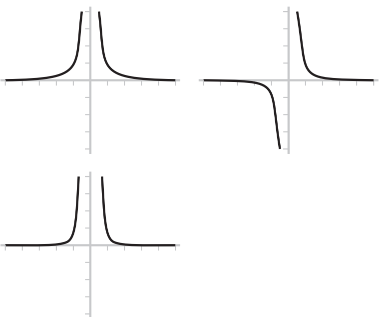
e $n = -2$ en $n = -4$: lijnsymmetrisch in lijn $x = 0$

f $n = -3$ en $n = -5$: puntsymmetrisch in de oorsprong

I-2a horizontale asymptoot: $y = 0$ (x - as) en verticale asymptoot: $x = 0$ (y - as)

b $f(x) = \dfrac{1}{x}$

c



Als n even is zijn alle functiewaarden positief.

d $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$, $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$, $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$

bladzijde 107

I-3a Ze gaan allemaal door $(0,\ 0)$.

b Omdat $a \times 0 = 0$ voor elke a.

c Ze gaan allemaal door $(0,\ 0)$. Voor elk exemplaar uit de familie met $a \neq 0$ geldt dat $f(x) = c$ voor elke c precies één oplossing heeft.

I-4a n is even

b één oplossing

c twee oplossingen

I-5a $5x^5 = 170 \Rightarrow x^5 = 34 \Rightarrow x = \sqrt[5]{34} \approx 2,02$ (oneven exponent betekent één oplossing)

b $x^{-2} + 25 = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{x^2} = -25 \Rightarrow$ geen oplossing.

c $3x^8 = 585 \Rightarrow x^8 = 195 \Rightarrow x = \sqrt[8]{195} \approx 1{,}93$ of $x = -\sqrt[8]{195} \approx -1{,}93$ (even exponent betekent twee oplossingen)

d $\frac{4}{x^4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[4]{8} \approx 1{,}68$ of $x = -\sqrt[4]{8} \approx -1{,}68$

I-6a Voor alle $c \neq 0$ is de vergelijking $h(x) = c$ oplosbaar. Er is dan steeds precies één oplossing.

b $p = -\frac{3}{4}$, $n = -3$

Test jezelf

bladzijde 110

T-1a f is lijnsymmetrisch in lijn $x = 0$; g is puntsymmetrisch in de oorsprong

b Voor een machtsfunctie van de vorm $h(x) = x^n$ geldt dat de grafiek door punt $(1;\ 1)$ gaat. Als $h(x) = f(x) + g(x)$ dan is $h(1) = f(1) + g(1) = 2 \neq 1$, dus kan $h(x)$ hier niet zo'n machtsfunctie zijn.

c Volgens de rekenregels voor exponenten is $k(x) = x^4 \cdot x^7 = x^{4+7} = x^{11}$. Dus $k(x)$ is een machtsfunctie, met exponent 11.

T-2a Plot $\mathrm{Y1} = 2 + \mathrm{X}\ \hat{}\ {-4}$ en $\mathrm{Y2} = 4$ met vensterinstelling $-3 \leq \mathrm{X} \leq 3$ en $-2 \leq \mathrm{Y} \leq 8$.
De vergelijking moet exact worden opgelost, dus $2 + x^{-4} = 4 \Rightarrow x^{-4} = 2 \Rightarrow x^4 = \frac{1}{2} \Rightarrow$
$x = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$

b Eerst de vergelijking $2 + x^{-4} = 100$ oplossen.
$2 + x^{-4} = 100 \Rightarrow x^{-4} = 98 \Rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{1}{98}} \approx 0{,}32$ of $x = -\sqrt[4]{\frac{1}{98}} \approx -0{,}32$
Aan de grafiek van f is te zien dat de oplossing van de ongelijkheid wordt
$\langle -0{,}32; 0\rangle \cup \langle 0; 0{,}32\rangle$

c Beide termen in het functievoorschrift zijn positief. De som is dus ook positief.

T-3a Als het leefgebied 0,75 vierkante mijl is, dan is het aantal vogelsoorten $S = 40 \cdot (0{,}75)^{\frac{1}{6}} \approx 38$. Als het leefgebied 1500 vierkante mijl is, dan is het aantal vogelsoorten $S = 40 \cdot 1500^{\frac{1}{6}} \approx 135$.

b $50 = 40 \cdot A^{\frac{1}{6}} \Rightarrow A^{\frac{1}{6}} = 1{,}25 \Rightarrow A = 1{,}25^6 \approx 3{,}81$ vierkante mijl

c Het aantal vogelsoorten wordt dan $\sqrt[6]{10} \approx 1{,}47$ maal zo groot. Het aantal vogelsoorten is immers evenredig met de zesdemachts-wortel van de oppervlakte

d Voor kleinere gebieden leidt dit tot een absoluut gezien grotere stijging van het aantal vogelsoorten. Neem bijvoorbeeld een klein gebied van 50 vierkante mijl dat 50 vierkante mijl wordt uitgebreid tot 100 vierkante mijl. Het aantal vogelsoorten breidt zich dan uit van $S = 40 \cdot 50^{\frac{1}{6}} \approx 77$ naar $S = 40 \cdot 100^{\frac{1}{6}} \approx 86$, dus met 9 soorten. Bekijk ook een groot gebied van 1500 vierkante mijl dat 50 vierkante mijl wordt uitgebreid. Bij a heb je uitgerekend dat 1500 vierkante mijl 135 vogelsoorten betekent. Bij 1550 vierkante mijl horen $S = 40 \cdot 1550^{\frac{1}{6}} \approx 136$ vogelsoorten, dus een stijging van slechts één soort.

e $S = 40 \cdot A^{\frac{1}{6}} \Rightarrow A^{\frac{1}{6}} = \frac{S}{40} \Rightarrow A = \left(\frac{S}{40}\right)^6$

f $O = 2{,}56 \cdot A \Rightarrow A = \frac{1}{2{,}56} \cdot O$. Vul dit in de formule $S = 40 \cdot A^{\frac{1}{6}}$ in. Je krijgt dan $S = 40 \cdot (\frac{1}{2{,}56} O)^{\frac{1}{6}} \approx 34{,}2 \cdot O^{\frac{1}{6}}$. Dus $c \approx 34{,}2$.

bladzijde 111

T-4a $x^3 = -12 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{12}$

b $3x^2 + 2x^5 = 0 \Rightarrow x^2(3 + 2x^3) = 0 \Rightarrow x^2 = 0$ of $x^3 = -1\frac{1}{2} \Rightarrow x = 0$ of $x = -\sqrt[3]{1\frac{1}{2}}$

c $x^{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = (\frac{2}{3})^4 \Rightarrow x = \frac{2^4}{3^4} \Rightarrow x = \frac{16}{81}$

d $x^{-\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} \Rightarrow x^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = (\frac{3}{2})^4 \Rightarrow x = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}$

e $x^5 = -7x^3 \Rightarrow x^5 + 7x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^2 + 7) \Rightarrow x = 0$

f Je lost eerst de gelijkheid op $x^3 = 2x^4 \Rightarrow 2x^4 - x^3 = 0 \Rightarrow x^3(2x - 1) \Rightarrow x = 0$ of $x = \frac{1}{2}$.
Voor $x \leq 0$ wordt voldaan aan de ongelijkheid omdat dan $x^3 \leq 0$ en $2x^4 \geq 0$. Verder zal de ongelijkheid ook gelden als x groot genoeg. De oplossing van de ongelijkheid is dus $\langle\leftarrow, 0] \cup [\frac{1}{2}, \rightarrow\rangle$.

g Je lost eerst de gelijkheid $x^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2}$ op. $x^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{3}} = -2 \Rightarrow x = (-2)^3 = -8$. Plot nu $Y1 = X \wedge (-1/3)$ en $Y2 = -0,5$ en je ziet dat de oplossing is: $\langle\leftarrow, -8\rangle \cup \langle 0, \rightarrow\rangle$.

h Je lost eerst de gelijkheid op: $\sqrt[4]{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = (\frac{1}{2})^4 \Rightarrow x = \frac{1}{16}$. Plot
$\text{Y1} = \text{X} \wedge (1/4)$ en $\text{Y2} = 0,5$:
En je ziet dat de oplossing van de ongelijkheid $[0, \frac{1}{16}\rangle$ is.

T-5a $x^2 + \dfrac{1}{x} = 0 \Rightarrow \dfrac{x^3 + 1}{x} = 0 \Rightarrow x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1$; het nulpunt is dus $(-1, 0)$.

b De invloed van de term $\dfrac{1}{x}$ wordt klein.

c De term x^2 heeft ongeveer de waarde 0.

T-6a Deze functiewaarden gaan steeds meer naar de waarde 2 toe.

b Alle functiewaarden liggen boven 2 : voor elke $x > 0$ (het domein van f) is $2500 \cdot x^{-1}$ positief.

c Eerst de gelijkheden $2 + 2500 \cdot x^{-1} = 4$ en $2 + 2500 \cdot x^{-1} = 8$
oplossen. $2 + 2500 \cdot x^{-1} = 4 \Rightarrow 2500 \cdot x^{-1} = 2 \Rightarrow x^{-1} = \frac{1}{1250} \Rightarrow x = 1250$;
$2 + 2500 \cdot x^{-1} = 6 \Rightarrow 2500 \cdot x^{-1} = 4 \Rightarrow x^{-1} = \frac{1}{625} \Rightarrow x = 625$.
Een plot van f leert dat deze functie overal dalend is:
En dus de oplossing van de ongelijkheid $[625;\ 1250]$.

T-7a $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

b Een machtsfunctie waarbij het domein $\langle\leftarrow, 0\rangle$ is bestaat niet. Een functie die voldoet zou van de vorm $g(x) = (-x)^{-\frac{1}{2}}$ kunnen zijn bijvoorbeeld, maar deze voldoet niet aan de definitie van machtsfunctie.

T-8a $f(x) = 10 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = -\sqrt{10}$ of $x = \sqrt{10}$; De grafiek van g ontstaat uit die van f door 3 naar rechts te schuiven. De oplossing van $g(x) = 10$ is dan
$x = 3 - \sqrt{10}$ of $x = 3 + \sqrt{10}$

b $h(3) = 25 \Rightarrow (3 + a)^2 = 25 \Rightarrow 3 + a = 5$ of $3 + a = -5 \Rightarrow a = 2$ of $a = -8 \Rightarrow$
$h(4) = (4 + 2)^2 = 36$ of $h(4) = (4 - 8)^2 = 16$

c $a = 2$:
$(x - 3)^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow (x - 3) = (x + 2) \Rightarrow$ geen oplossing of
$(x - 3) = -(x + 2) \Rightarrow x - 3 = -x - 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
$a = -8$:
$(x - 3)^2 = (x - 8)^2 \Rightarrow x - 3 = x - 8 \Rightarrow$ geen oplossing of
$(x - 3) = -(x - 8) \Rightarrow x - 3 = -x + 8 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = 5\frac{1}{2}$

T-9 Het verschil tussen a en b is een even getal.