Hoofdstuk 2 - Algebra of rekenmachine

Voorkennis: kwadratische vergelijkingen

bladzijde 34

V-1a $5p(p+3)$
b $4k(k-20)$
c $x(x+1)$
d $k(18k-17)$
e $-3q(q+9)$
f $0{,}1t(t+13)$
g $7r(5-9r)$
h $-p(17p+25)$

V-2a $f(x)=6x(2x^2+1)$
b $N(t)=t^3(t+4)$
c $y=x^2(x+1)$
d $p=5q^4(q^2-6)$
e $g(x)=9x^2(1+10x^{18})$
f $K=8p^3(7p^3-2)$

V-3a $15x^2-45x=0 \Leftrightarrow 15x(x-3)=0 \Rightarrow 15x=0$ of $x-3=0 \Leftrightarrow x=0$ of $x=$
b $-3t^2-18t=0 \Leftrightarrow -3t(t+6)=0 \Rightarrow -3t=0$ of $t+6=0 \Leftrightarrow t=0$ of $t=-$
c $x^4+2x^5=0 \Leftrightarrow x^4(1+2x)=0 \Rightarrow x^4=0$ of $1+2x=0 \Leftrightarrow x=0$ of $x=-$
d $v^2+14v=8v \Leftrightarrow v^2+6v=0 \Leftrightarrow v(v+6)=0 \Rightarrow v=0$ of $v+6=0 \Leftrightarrow v=0$ of $v=-6$
e $12u^3=54u^2 \Leftrightarrow 12u^3-54u^2=0 \Leftrightarrow 6u^2(2u-9)=0 \Rightarrow 6u^2=0$
of $2u-9 \Leftrightarrow u=0$ of $u=4\frac{1}{2}$

bladzijde 35

V-4a $y=x^2+8x+12$

product	*getallen*	*som*
12	3, 4	7
12	2, 6	8 OK

$y=(x+2)(x+6)$

b $f(x)=x^2+100x+900$

product	*getallen*	*som*
900	30, 30	60
900	100, 9	109
900	90, 10	100 OK

$y=(x+10)(x+90)$

c $N(t)=t^2-25t+100$

product	*getallen*	*som*
100	–5, –20	–25 OK

$N(t)=(t-5)(t-20)$

d $Q(p) = p^2 + p + \frac{1}{4}$

product	*getallen*	*som*
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	1 OK

$q(p) = (p + \frac{1}{2})^2$

e $. f(x) = 1 + x^2 + 2x = x^2 + 2x + 1$

product	getallen	som
1	1, 1	2 OK

$f(x) = (x+1)^2$

f $h(p) = p^2 + 30 + 13p = p^2 + 13p + 30$

product	getallen	som
30	3, 10	13 OK

$h(p) = (p+3)(p+10)$

g $k = 65 - 18m + m^2 = m^2 - 18m + 65$

product	getallen	som
65	5, 13	18
65	–5, –13	–18 OK

$k = (m-5)(m-13)$

h $g(x) = x^2 - 2\frac{1}{2}x + 1$

product	getallen	som
1	$-\frac{1}{2}, -2$	$-2\frac{1}{2}$ OK

$g(x) = (x - \frac{1}{2})(x-2)$

V-5a $h(x) = x(x-1) + x - 9 = x^2 - x + x - 9 = x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

b $N(t) = t^2 + 8t - 20 = (t+10)(t-2)$

c $W = q^2 - 50(q+12) = q^2 - 50q - 600 = (q-60)(q+10)$

d $k(x) = -66 - x(5-x) = -66 - 5x + x^2 = x^2 - 5x - 66 = (x-11)(x+6)$

V-6a $x(x+3) + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = -1$ of $x = -2$

b $p^2 + 2 = 6(p+3) \Leftrightarrow p^2 + 2 = 6p + 18 \Leftrightarrow p^2 - 6p - 16 = 0 \Leftrightarrow (p-8)(p+2) = 0 \Rightarrow$
$p = -2$ of $p = 8$

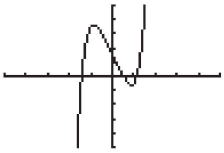
c $x(x+3) = 2(x+3) \Leftrightarrow x^2 + 3x = 2x + 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow$
$x = -3$ of $x = 2$

d $t^2 - 12(t-2) + 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 12t + 24 + 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 12t + 27 = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t-9) \Rightarrow$
$t = 3$ of $t = 9$

2.1 Oplossen met de rekenmachine

bladzijde 36

1a Voer in je GR in Y1 = X^5 – 3X+1,5 en kies de vensterinstellingen zoals aangegeven.
Met toets GRAPH krijg je:

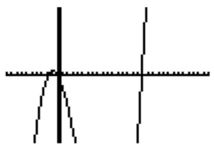


b Via $3\times$ de toets CALC met optie zero vind je de 3 nulpunten met coördinaten van ongeveer $(1{,}42;\ 0), (0{,}51; 0)$ en $(1{,}14; 0)$.

c Via de toets CALC en de optie maximum vind je een maximum van ongeveer $(-0{,}88;\ 3{,}61)$. Via CALC en optie minimum vind je bij benadering de coördinaten van het minimum, namelijk $(0{,}88; -0{,}61)$.

2a Je moet de $\text{X}\max$ in je vensterinstelling wat groter nemen, bijvoorbeeld gelijk aan 30, dan zie je dat er nog een derde nulpunt is.

b Voer in je GR in $\text{Y1} = 0{,}2\text{X\^{}3} - 3\text{X}^2 - 6\text{X}$ en neem als vensterinstelling bijvoorbeeld $-10 \le \text{X} \le 30$ en $-50 \le \text{Y} \le 50$, dan krijg je met de toets GRAPH

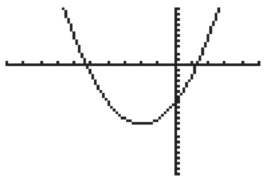


Via $3\times$ de toets CALC met optie zero vind je de 3 nulpunten met coördinaten $(-1{,}79;\ 0), (0,\ 0)$ en $(16{,}79;\ 0)$. De x-coördinaten van het eerste en het derde nulpunt zijn afgerond.

c Via de toets CALC en de optie maximum vind je een maximum van ongeveer $(-0{,}92;\ 2{,}83)$. Via CALC en optie minimum vind je bij benadering de coördinaten van het minimum, namelijk $(10{,}92; -162{,}83)$.

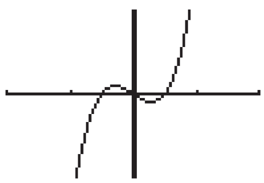
bladzijde 37

3a De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = \text{X}^2 + 4\text{X} - 7$ en vensterinstelling $-10 \le \text{X} \le 5, -20 \le \text{Y} \le 10$.



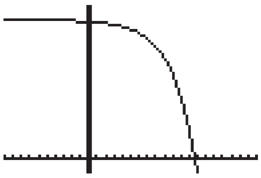
Met optie zero vind je de nulpunten $x \approx -5{,}32$ en $x \approx 1{,}32$ en via optie minimum vind je top $(-2, -11)$

b Gegeven is de functie $N(t) = 200t^3 - 50t$. De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = 200\text{X}^3 - 50\text{X}$ en vensterinstelling $-2 \le \text{X} \le 2, -100 \le \text{Y} \le 100$.



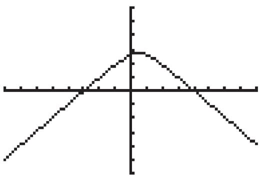
Met optie zero vind je de nulpunten $t = -0{,}5$, $t = 0$ en $t = 0{,}5$ en via optie maximum en minimum vind je toppen $(-0{,}29;\ 9{,}62)$ en $(0{,}29; -9{,}62)$

c Gegeven is de functie $h(q) = 1000 - 11 \cdot 1{,}43^q$. De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = 1000 - 11 * 1{,}43 \wedge \text{X}$ en vensterinstelling $-10 \le \text{X} \le 20, -100 \le \text{Y} \le 1100$.



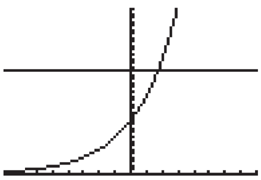
Met optie zero vind je het nulpunt $q \approx 12{,}61$. De functie heeft geen enkele top.

d Gegeven is de functie $A(p) = 18 - \sqrt{28 - 5{,}3p + p^2}$. De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = 18 - \sqrt{(28 - 5{,}3\text{X} + \text{X}^2)}$ en vensterinstelling $-40 \le \text{X} \le 40, -30 \le \text{Y} \le 30$.



Met optie zero vind je de nulpunten $p \approx -14{,}76$ en $p \approx 20{,}06$ en via optie maximum vind je top $(2{,}65;\ 13{,}42)$.

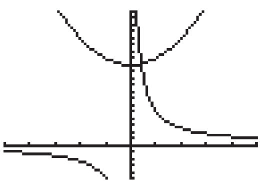
4a De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = 13 * 1{,}08 \wedge \text{X}$ en $\text{Y2} = 25$ en vensterinstelling $-40 \le \text{X} \le 40, 0 \le \text{Y} \le 40$.



Met optie intersect vind je de x-coördinaat van het snijpunt: $x \approx 8{,}50$

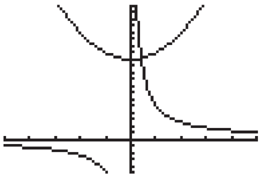
b Verander $\text{Y2} = 25$ in $\text{Y2} = 125$ en de Ymax van je vensterinstelling in 140. Met optie intersect vind je de x-coördinaat van het snijpunt: $x \approx 29{,}41$.

5a De plot hieronder is gemaakt met invoer $\text{Y1} = (\text{X} - 2) \wedge 3$ en $\text{Y2} = -2\text{X} + 10$ en vensterinstelling $-5 \le \text{X} \le 5, -20 \le \text{Y} \le 20$.



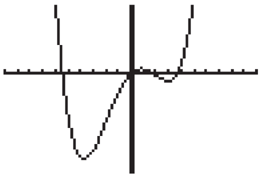
Met optie intersect vind je $x \approx 3{,}46$.

b Voer in $\mathrm{Y1} = 5\,/\,\mathrm{X}$ en $\mathrm{Y2} = \mathrm{X}^2 + 12$ en kies bijvoorbeeld vensterinstelling $-5 \le \mathrm{X} \le 5, -5 \le \mathrm{Y} \le 20$.



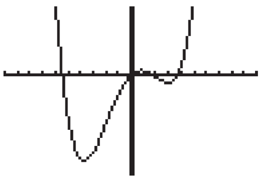
Met optie intersect vind je $x \approx 0{,}41$.

c Invoer: $\mathrm{Y1} = 3\sqrt{\mathrm{X}}$ en $\mathrm{Y2} = 0{,}5\mathrm{X} + 1$ en kies bijvoorbeeld vensterinstelling $-5 \le \mathrm{X} \le 35,\ \ 0 \le \mathrm{Y} \le 20$.



Met $2\times$ optie intersect vind je $x \approx 0{,}13$ en $x \approx 31{,}87$.

d Voer in $\mathrm{Y1} = \mathrm{X}\,\hat{}\,4 - 23\,\mathrm{X}^2 + 35\mathrm{X} - 3$ en kies bijvoorbeeld vensterinstelling $-10 \le \mathrm{X} \le 10, -300 \le \mathrm{Y} \le 200$. Via de toets GRAPH krijg je dan:



Met $4\times$ optie zero vind je $x \approx -5{,}44;\ x \approx 0{,}09;\ x \approx 1{,}63$ en $x \approx 3{,}71$.

6 De verticale asymptoot van f is $x = 2$ en niet $x = 0$ (de y-as). Leon heeft bij het intoetsen in zijn GR de haakjes om $\mathrm{X} - 2$ vergeten.

2.2 Oplossen met algebra

bladzijde 38

7a $2x + 10 = -5x + 23 \Leftrightarrow 7x = 13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{7} = 1\frac{6}{7}$

b $6\frac{1}{2}x - 10 = 3x + 5\frac{1}{2} \Leftrightarrow 13x - 20 = 6x + 11 \Leftrightarrow 7x = 31 \Leftrightarrow x = \frac{31}{7} = 4\frac{3}{7}$

8a $3x + 4(x-1) = 5 - (x+4) \Leftrightarrow 3x + 4x - 4 = 5 - x - 4 \Leftrightarrow 7x - 4 = 1 - x \Leftrightarrow 8x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{8}$

b $1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}(4x + \frac{1}{2}) \Leftrightarrow 1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = x + \frac{1}{8} \Leftrightarrow 8 \cdot (1\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}) = 8 \cdot (x + \frac{1}{8}) \Leftrightarrow 12x - 6 =$
$8x + 1 \Leftrightarrow 4x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = 1\frac{3}{4}$

c $-3x^2 + 4 = 4x^2 - 31 \Leftrightarrow 35 = 7x^2 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$ of $x = -\sqrt{5}$

d $7 - 3p = 8 - 2(5 - 6p) \Leftrightarrow 7 - 3p = 8 - 10 + 12p \Leftrightarrow 7 - 3p = -2 + 12p$
$\Leftrightarrow 15p = 9 \Leftrightarrow p = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

9 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -2x + 17 = 5x + 14 \Leftrightarrow 3 = 7x \Leftrightarrow x = \frac{3}{7}$. De y-coördinaat vind je door de gevonden waarde van x in een van de functievoorschriften, dus $f(\frac{3}{7}) = -2 \cdot \frac{3}{7} + 17 = 16\frac{1}{7}$. Het snijpunt is dus $(\frac{3}{7};\ 16\frac{1}{7})$

10a $p^2 + 8p + 7 = 0 \Leftrightarrow (p+1)(p+7) = 0 \Rightarrow p+1 = 0$ of $p + 7 = 0 \Leftrightarrow p = -1$ of $p = -$

b $y^2 - 19y + 34 = 0 \Leftrightarrow (y-2)(y-17) = 0 \Rightarrow y - 2 = 0$ of $y - 17 = 0 \Leftrightarrow y = 2$ of $y = 1$

c $x^2 - 10x + 21 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ of $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ of $x =$

d $m^2 - 30m - 64 = 0 \Leftrightarrow (m+2)(m-32) = 0 \Rightarrow m + 2 = 0$ of $m - 32 = 0 \Leftrightarrow$ $m = -2$ of $m = 32$

11a Omdat de discriminant $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot -21 = 184$ niet het kwadraat van een geheel of gebroken getal is, is de ontbinding niet simpel.

b $a = 1,\ b = 10,\ c = -21$

c $x = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ of $x = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a} \Leftrightarrow x = \dfrac{-10 + \sqrt{184}}{2 \cdot 1}$ of $x = \dfrac{-10 - \sqrt{184}}{2 \cdot 1} \Leftarrow$

$x = -5 + \frac{1}{2}\sqrt{184}$ of $x = -5 - \frac{1}{2}\sqrt{184}$

bladzijde 39

12a $x^3 + 2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 2x - 8) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)(x+4) \Rightarrow x = 0$ of $x = 2$ of $x = -4$

b $2x^2 - 4x = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 3 = 0$; ontbinden lukt niet dus gebruik van de *abc*-formule met $a = 2,\ b = -4,\ c = -3 \Rightarrow D = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -3 = 40$

$\Rightarrow x = \dfrac{4 + \sqrt{40}}{4}$ of $x = \dfrac{4 - \sqrt{40}}{4} \Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{4}\sqrt{40}$ of $x = 1 - \frac{1}{4}\sqrt{40}$

c $9x^2 + 42x + 49 = 0 \Leftrightarrow (3x+7)(3x+7) = 0 \Leftrightarrow 3x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$; als het jou hier niet lukt om te ontbinden, dan kun je altijd nog de *abc*-formule gebruiken

d $3x^2 = 1 - 6x \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 1 = 0$; ontbinden lukt niet dus gebruik van de *abc*-formule met $a = 3,\ b = 6,\ c = -1 \Rightarrow D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot -1 = 48$

$\Rightarrow x = \dfrac{-6 + \sqrt{48}}{6}$ of $x = \dfrac{-6 - \sqrt{48}}{6} \Leftrightarrow x = -1 + \frac{1}{6}\sqrt{48}$ of $x = -1 - \frac{1}{6}\sqrt{48}$

e $3x(x-1) = 6 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow$ $(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2$ of $x = -1$

f $(2x+1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0$ of $x - 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ of $x = 4$

g $(2x+1)(x-4) = -7 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 4 = -7 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow$ $2x - 1 = 0$ of $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ of $x = 3$

h $8x^4 - 2x^6 = 0 \Leftrightarrow 2x^4(4 - x^2) = 0 \Leftrightarrow 2x^4(2+x)(2-x) = 0 \Rightarrow$ $2x^4 = 0$ of $2 + x = 0$ of $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ of $x = -2$ of $x = 2$

13a Gegeven de functie $f(x) = x^2 + 3x - 18$. Exacte nulpunten vind je door te stellen $f(x) = 0$. Dus $x^2 + 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow (x+6)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -6$ of $x = 3$

b $x^2 + 3x - 18 = -4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 14 = 0$; ontbinden lukt hier niet dus gebruik van de *abc*-formule met $a = 1, b = 3, c = -14 \Rightarrow D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot -14 = 61$

$\Rightarrow x = \dfrac{-3 + \sqrt{65}}{2}$ of $x = \dfrac{-3 - \sqrt{65}}{2} \Leftrightarrow x = -1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{65}$ of $x = -1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{65}$

14a $q = -3 \cdot 15 + 280 = 235$, uitgedrukt in duizendtallen; totale opbrengst is dan $p \cdot q = 235 \times 15 = 3525$ in duizenden euro's

b De totale opbrengst is euro's is gelijk aan $1000q \cdot p = 1000 \cdot (-3p + 280)p = 1000(-3p^2 + 280p)$. Dus de totale opbrengst in duizenden euro's $TO = -3p^2 + 280p$

c $-3p^2 + 280p = 5700 \Leftrightarrow 3p^2 - 280p + 5700 = 0$ ontbinden lukt hier niet zo gemakkelijk dus gebruik je de *abc*-formule met
$a = 3,\ b = -280,\ c = 5700 \Rightarrow D = 280^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5700 = 10000$
$\Rightarrow p = \dfrac{280 + 100}{6}$ of $p = \dfrac{280 - 100}{6} \Leftrightarrow p = 63\tfrac{1}{3}$ of $p = 30$. Er zijn dus 2 oplossingen.

d $TK = 23q + 1000$ en $q = -3p + 280$. Substitutie geeft
$TK = 23 \cdot (-3p + 280) + 1000 = -69p + 6440 + 1000 = -69p + 7440$

e $TO = TK \Leftrightarrow -3p^2 + 280p = -69p + 7440 \Leftrightarrow -3p^2 + 349p - 7440 = 0 \Leftrightarrow$
$3p^2 - 349p + 7440 = 0$ ontbinden lukt hier niet dus gebruik van de *abc*-formule met $a = 3,\ b = -349,\ c = 7440 \Rightarrow D = (-349)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7440 = 32521$
$\Rightarrow p = \dfrac{349 + \sqrt{32521}}{6}$ of $p = \dfrac{349 - \sqrt{32521}}{6} \Leftrightarrow$
$p = 58\tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{6}\sqrt{32521}$ of $p = 58\tfrac{1}{6} - \tfrac{1}{6}\sqrt{32521}$
($p \approx 28{,}11$ of $p \approx 88{,}22$)

2.3 Bereken of bereken exact

bladzijde 40

15 Uitbreiding van dezelfde tabel naar de negatieve kant geeft:

X	Y1
-1.8	2.68
-1.7	2.08
-1.6	1.52
-1.5	1
-1.4	.52
-1.3	.08
-1.2	-.32

X=-1.3

$x \approx -1{,}3$ is dus een andere oplossing

16 Voer in je GR in $\text{Y1} = 0{,}5\text{X}^\wedge 3 + \text{X}$ en $\text{Y2} = 2\text{X}^2$. Als je als venster $-1 \le \text{X} \le 4$ en $-1 \le \text{Y} \le 30$ kiest, krijg je de twee snijpunten in beeld.

17a $x^2 - 10x = 11 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 11 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-11) = 0 \Rightarrow x = -1$ of $x = 11$

b $(x+5)(x-5) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 25 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 33 \Rightarrow x = -\sqrt{33}$ of $x = \sqrt{33}$

c $x(3x-1) = x^2 + 3 \Leftrightarrow 3x^2 - x = x^2 + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow (2x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow$
$2x - 3 = 0$ of $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1\tfrac{1}{2}$ of $x = -1$

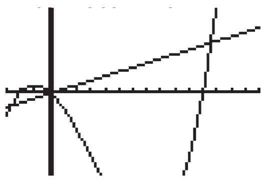
d $3y(2y-1) = (y+1)(y-1) \Leftrightarrow 6y^2 - 3y = y^2 - 1 \Leftrightarrow 5y^2 - 3y + 1 = 0$;omdat de discriminant $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = -11 < 0$, er is dus geen oplossing

18a $\dfrac{5}{2x-9} = x + 1 \Leftrightarrow 5 = (2x-9)(x+1) \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 9 = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 14 = 0$;
ontbinden lukt hier niet dus gebruik je de *abc*-formule

met $a = 2,\ b = -7,\ c = -14 \Rightarrow D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot -7 = 161$
$\Rightarrow x = \dfrac{7 + \sqrt{161}}{4}$ of $x = \dfrac{7 - \sqrt{161}}{4} \Leftrightarrow x = 1\tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{4}\sqrt{161}$ of $x = 1\tfrac{3}{4} - \tfrac{1}{4}\sqrt{161}$

b $t(t-1)=6 \Leftrightarrow t^2-t-6=0 \Leftrightarrow (t-3)(t+2)=0 \Rightarrow t=3$ of $t=-2$

c Hier ben je gedwongen om je rekenmachine te gebruiken. Voer in je GR in:
$\text{Y1}=\text{X}^\wedge 3-9\text{X}^\wedge 2-22\text{X}$ en $\text{Y2}=8\text{X}-4$ en kies bijvoorbeeld als venster
$-3 \le \text{X} \le 15,\ -150 \le \text{Y} \le 150$ dan krijg je:



Met $3\times$ intersect krijg je de 3 oplossingen $x \approx -2{,}69$ of $x \approx 0{,}13$ of $x \approx 11{,}56$

19 Steven zou het tussenresultaat $x=\frac{-3+\sqrt{13}}{2}$ of $x=\frac{-3-\sqrt{13}}{2}$ moeten uitwerken naar
$x=-1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{13}$ of $-1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{13}$. Dat is het exacte antwoord. De benaderingen die hij geeft horen niet bij een exacte oplossing.

bladzijde 41

20a Als je naar een zijde van het grote vierkant kijkt zie je dat de 10 cm is opgedeeld in $2\times x$ cm en de breedte van een arm van het kruis. Voor die breedte blijft dus $10-2x$ cm over.

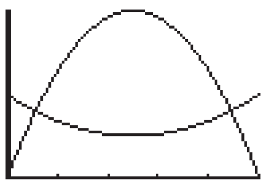
b $K=4\times x(10-2x)=40x-8x^2$, dit is het aantal armen (4) maal de oppervlakte van één van de armen ($x(10-2x)$)

c Het gele gedeelte bestaat uit 4 vierkanten aan de hoekpunten van het grote vierkant, elk ter grootte $x\times x=x^2$ en een vierkant in het midden ter grootte $(10-2x)\times(10-2x)=(10-2x)^2$. In totaal is dat dus $W=4x^2+(10-2x)^2$.

d $K+W=(40x-8x^2)+\left(4x^2+(10-2x)^2\right)=(40x-8x^2)+(4x^2+100-40x+4x^2)=$
$(40x-8x^2)+(8x^2+100-40x)=100$

e $K=W \Leftrightarrow 40x-8x^2=4x^2+(10-2x)^2 \Leftrightarrow 40x-8x^2=8x^2-40x+100 \Leftrightarrow$
$16x^2-80x+100=0 \Leftrightarrow 4(4x^2-20x+25)=0 \Leftrightarrow 4x^2-20x+25=0 \Leftrightarrow$
$(2x-5)(2x-5)=0 \Rightarrow 2x-5=0 \Leftrightarrow x=2\frac{1}{2}$

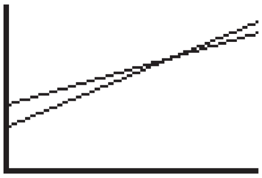
f $W=4\times K \Leftrightarrow 8x^2-40x+100=4\times(40x-8x^2) \Leftrightarrow 8x^2-40x+100=160x-32x^2$. Deze vergelijking los je op via de GR. Voer in $\text{Y1}=8\text{X}^2-40\text{X}+100$ en $\text{Y2}=160\text{X}-32\text{X}^2$ en neem als vensterinstelling $0\le X\le 5,\ 0\le Y\le 200$ dan verschijnt via de toets GRAPH:



Met $2\times$ intersect vind je de x-waarden van ongeveer 0,56 en 4,44

21a Toyota: $K=400+0{,}19a$
Renault: $K=600+0{,}13a$
Vergeet dus niet de vaste weekbedragen met 4 te vermenigvuldigen.

b De plot hieronder is gemaakt met invoer $Y1 = 400 + 0{,}19X$ en $Y2 = 600 + 0{,}13X$ en vensterinstelling $0 \le X \le 5000$, $0 \le Y \le 1500$.



Met optie intersect vind je de gezochte waarde van a , die je vervolgens afrondt op tientallen: $3333{,}33 \approx 3330$ (km).

c $400 + 0{,}19 = 600 + 0{,}13a \Leftrightarrow 0{,}06a = 200 \Rightarrow 6a = 20000 \Leftrightarrow a = 3333$·

d Waarschijnlijk zullen Els en Willeke op hele km worden afgerekend. Het exacte antwoord bij onderdeel c heeft daarom weinig betekenis. Op basis van het geschatte aantal te rijden km willen Els en Willeke een huurauto kiezen. Die schatting is natuurlijk globaal en het antwoord bij onderdeel b is daarom zinniger. Overigens kun je dat antwoord natuurlijk ook krijgen door het resultaat van de berekening bij c op geschikte manier af te ronden.

22a $A(3,\ 0)$, $B(0,\ -\frac{1}{2}\cdot 3+5) = B(0,\ 3\frac{1}{2})$ en $K(3,\ 3\frac{1}{2})$; de oppervlakte van rechthoek $OAKB$ is $3 \times 3\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$

b $A(6,\ 0)$, $B(0,\ -\frac{1}{2}\cdot 6+5) = B(0,\ 2)$ de oppervlakte is $6 \times 2 = 12$

c $A(x,\ 0) \Rightarrow B(0,\ y) = B(0,\ -\frac{1}{2}x+5)$ en $O(x) = x\cdot(-\frac{1}{2}x+5) = -\frac{1}{2}x^2+5x$

d Domein van O is $[0, 10]$; verdedigbaar is overigens dat 0 en 10 niet meedoen omdat er anders geen rechthoek overblijft; in dat geval is het domein $\langle 0, 10\rangle$

e De grafiek van O is een (gedeelte van een) bergparabool, immers $a = -\frac{1}{2} < 0$.

Het maximum ligt bij $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{5}{2\cdot -\frac{1}{2}} = 5$, een waarde die in het domein ligt.

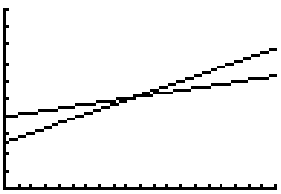
De oppervlakte is dan $O(5) = 12\frac{1}{2}$.

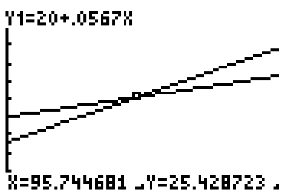
2.4 Ongelijkheden

bladzijde 42

23a Quickvoice: $K = 20 + 0{,}0567a$
Teletalk: $K = 12{,}85 + 0{,}131a$

b Voer in je GR in $Y1 = 20 + 0{,}0567X$ en $Y2 = 12{,}85 + 0{,}131X$. Met een vensterinstelling $0 \le X \le 200$, $0 \le Y \le 50$ krijg je via toets GRAPH het linkerplaatje





Met de toets TRACE en het verplaatsen van de cursor naar het snijpunt krijg je het rechterplaatje en zie je dat bij $a \approx 96$ belminuten de bedrijven even duur zijn.

c Voor meer dan 100 belminuten is Teletalk zeker het duurst. Je ziet dat door de cursor naar rechts ten opzicht van het snijpunt te bewegen. De header geeft aan over welke grafiek je je beweegt (op het rechterplaatje is dat de lijn van Quickvoice: $\text{Y1} = 20 + 0{,}0567\text{X}$).

24a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 7x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow$
$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1$ of $x = 3$

b De grafiek van f is een dalparabool, voor grote en voor kleine waarden zal de grafiek van f boven die van g uitkomen (grafiek van g is een lijn). Bijbehorende intervallen zijn dus $\langle \leftarrow, -1\rangle$ en $\langle 3, \rightarrow\rangle$

c $2x^2 + 3x - 5 > 7x + 1$

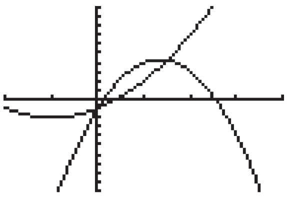
bladzijde 43

25a $\langle -1;\ 0{,}75\rangle \cup \langle 4, \rightarrow\rangle$

b $\langle \leftarrow; -1] \cup [0{,}75; 4\rangle$

c $\langle \leftarrow, -1\rangle \cup \langle -1; 0{,}75\rangle \cup \langle 0{,}75; 4\rangle \cup \langle 4, \rightarrow\rangle$

26a Onderstaande plot is tot stand gekomen door invoer $\text{Y1} = -3\text{X}^2 + 8\text{X} - 1$ en $\text{Y2} = \text{X}^2 + 2\text{X} - 1$ en vensterinstelling $-2 \le \text{X} \le 4, -10 \le \text{Y} \le 10$:

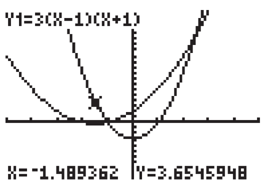


b $-3x^2 + 8x - 1 = x^2 + 2x - 1 \Leftrightarrow -4x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow -2x(2x-3) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = 1$

c De bergparabool hoort bij f , dus is de oplossing $\langle 0, 1\tfrac{1}{2}\rangle$

27a Eerst moet je de vergelijking met gelijkteken oplossen.
$-2x^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = -\sqrt{2}$ of $x = \sqrt{2}$
De vorm $-2x^2 + 5$ hoort bij een bergparabool, dus $\langle \leftarrow, -\sqrt{2} \cup \langle\sqrt{2}, \rightarrow\rangle$

b Onderstaande plot is tot stand gekomen door invoer
$\text{Y1} = 3(\text{X}-1)(\text{X}+1)$ en $\text{Y2} = \text{X}^2 + 3\text{X} + 2$ en vensterinstelling
$-5 \le \text{X} \le 5, -10 \le \text{Y} \le 20$:



Exact oplossen van de gelijkheid geeft:
$3(x-1)(x+1) = x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$ =
$x = \dfrac{3+\sqrt{49}}{4} = 2\tfrac{1}{2}$ of $x = \dfrac{3-\sqrt{49}}{4} = -1$
Via de cursor in de plot zie je dat de oplossing van de ongelijkheid $\langle \leftarrow, -1] \cup [2\tfrac{1}{2}, \rightarrow\rangle$ is.

c $2x^2-3x+8=3x+4 \Leftrightarrow 2x^2-6x+4 \Leftrightarrow 2(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow 2(x-1)(x-2)=0 \Rightarrow$
$x=1$ of $x=2$;
omdat bij $2x^2-3x+8$ een dalparabool hoort en bij $3x+4$ een lijn, is de oplossing
$\langle 1, 2\rangle$

28a Het totale aantal is $1000\times A$. De totale opbrengst in euro's is dan
$1000A\times P=1000(-2P+60{,}2)\times P=1000(-2P^2+60{,}2P)$ en de totale opbrengst in duizenden euro's is dan $TO=-2P^2+60{,}2P$

b Voor welke P is $TO=-2P^2+60{,}2P>400$. Je lost eerst $-2P^2+60{,}2P=400$ op:
$-2P^2+60{,}2P=400 \Leftrightarrow -2P^2+60{,}2P-400=0$; je gebruikt nu de *abc*-formule met
$a=-2;\ b=60{,}2;\ c=-400$. $D=60{,}2^2-4\cdot-2\cdot-400=424{,}04$

$$P=\frac{-60{,}2+\sqrt{424{,}04}}{2\cdot-2}\approx 9{,}90 \text{ of } P=\frac{-60{,}2-\sqrt{424{,}04}}{2\cdot-2}\approx 20{,}20$$

$-2P^2+60{,}2P$ heeft als grafiek een bergparabool, dus is de oplossing: tussen € 9,90 en € 20,20.

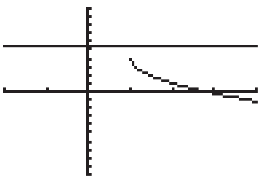
c De tweede decimaal komt overeen met een cent.

2.5 Wortelvergelijkingen oplossen

bladzijde 44

29a stap 3: er is links en rechts door –3 gedeeld; stap 4: er is links en rechts gekwadrateerd ; stap 5: er is links en rechts 1 opgeteld

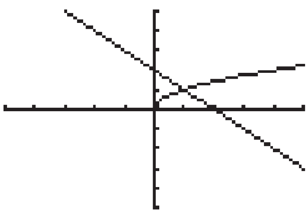
b De kromme in de figuur hieronder is de grafiek van f .



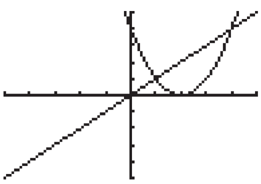
de grafiek van f komt nergens op niveau $5\frac{1}{2}$; er is dus geen snijpunt

c Na stap 3 heb je $\sqrt{x-1}=-\frac{1}{2}$; zodra een wortel kan worden getrokken is de uitkomst altijd positief. Je kunt aan deze vergelijking zien dat er geen oplossing is.

30a



b



c $x=4-4x+x^2 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Rightarrow x=1$ of $x=4$

d Alleen $x=1$ is oplossing van de vergelijking $\sqrt{x}=2-x$.

bladzijde 45

31a $\sqrt{x-3}+2=5 \Leftrightarrow \sqrt{x-3}=3 \Rightarrow x-3=3^2 \Leftrightarrow x=12$, controle OK

b $2+4\sqrt{2x+3}=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{2x+3}=-2 \Leftrightarrow \sqrt{2x+3}=-\frac{1}{2}$, geen oplossing, het heeft geen zin om verder te gaan

c $2\sqrt{1+x}+4=7 \Leftrightarrow 2\sqrt{1+x}=3 \Leftrightarrow \sqrt{1+x}=1\frac{1}{2} \Rightarrow 1+x=2\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=1\frac{1}{4}$, controle OK

d $3\sqrt{2x-9}=102 \Leftrightarrow \sqrt{2x-9}=34 \Rightarrow 2x-9=1156 \Leftrightarrow 2x=1165 \Leftrightarrow x=582\frac{1}{2}$, controle OK

32a $\sqrt{x}=x-2 \Rightarrow x=(x-2)^2 \Leftrightarrow x=x^2-4x+4 \Leftrightarrow 0=x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Rightarrow$ $x=1$ of $x=4$; controle: alleen $x=4$ is een oplossing; $x=1$ valt af

b $\sqrt{x}=x \Rightarrow x=x^2 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0$ of $x=1$ controle: beide oplossingen OK

c $\sqrt{2x^2-x}=3x-2 \Rightarrow 2x^2-x=(3x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2-x=9x^2-12x+4 \Leftrightarrow 7x^2-11x+4=$;

abc-formule met $D=(-11)^2-4\cdot 7\cdot 4=9$ geeft $x=\dfrac{11+\sqrt{9}}{14}=1$ of $x=\dfrac{11-\sqrt{9}}{14}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$;

bij controle blijkt dat $\frac{4}{7}$ als oplossing afvalt, dus alleen $x=1$ voldoet.

d $\dfrac{3}{\sqrt{4-x}}=1 \Rightarrow 3=\sqrt{4-x} \Rightarrow 9=4-x \Leftrightarrow x=-5$, controle OK

33a $[-1, 6]$

b $[-2, \rightarrow\rangle$

c $f(x)=g(x) \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+5x+6}=\sqrt{x+2} \Rightarrow -x^2+5x+6=x+2 \Leftrightarrow -x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow$ $x^2-4x-4=0$; *abc*-formule met $D=(-4)^2-4\cdot 1\cdot -4=32$ geeft

$x=\dfrac{4+\sqrt{32}}{2}=2+\frac{1}{2}\sqrt{32}$ of $\dfrac{4-\sqrt{32}}{2}=2-\frac{1}{2}\sqrt{32}$; de plot laat 2 oplossingen zien,

we hoeven niet verder te controleren; oplossing ongelijkheid $f(x)>g(x)$ is

$\left\langle 2-\frac{1}{2}\sqrt{32}, 2+\frac{1}{2}\sqrt{32}\right\rangle$

d $g(x)\geq f(x)$ op gebied $[-2, 2-\frac{1}{2}\sqrt{32}]\cup[2+\frac{1}{2}\sqrt{32}, 6]$

34a $r=\sqrt{\dfrac{50}{\pi}+9}\approx 4{,}99$, dus ca. 4,99 cm

b $6{,}23=\sqrt{\dfrac{O}{\pi}+9} \Rightarrow (6{,}23)^2=\dfrac{O}{\pi}+9 \Leftrightarrow \dfrac{O}{\pi}=(6{,}23)^2-9 \Leftrightarrow O=\pi\left((6{,}23)^2-9\right)\approx 93{,}66$,

dus ongeveer 93,66 cm^2.

c Neen, $\dfrac{6{,}23}{4{,}99}\approx 1{,}25$ en dus is die straal maar ca. 25% groter.

2.6 Gemengde opdrachten

bladzijde 46

35a $x^2-6x=x+1 \Leftrightarrow x^2-7x-1=0$; ontbinden lukt niet, dus je gebruikt de *abc*-formule

met $D=(-7)^2-4.1.-1=53$: $x=\dfrac{7+\sqrt{53}}{2}=3\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{53}$ of $x=\dfrac{7-\sqrt{53}}{2}=3\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{53}$

invullen van deze *x*-waarden in de lijn $y=x+1$ geeft $y=4\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{53}$ en $y=4\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{53}$

De coördinaten van de snijpunten zijn dus $\left(3\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{53},\, 4\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{53}\right)$ en $\left(3\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{53},\, 4\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{53}\right)$

b $x^2-6x=x-3 \Leftrightarrow x^2-7x+3=0$; je hoeft hier alleen de discriminant uit te rekenen en die te bekijken; $D=(-7)^2-4\cdot 1\cdot 3=37>0$ en dus zijn er twee snijpunten.

36a Streepjes tellen leidt tot een poging $-10\le \mathrm{X}\le 10,\ -10\le \mathrm{Y}\le 10$, die meteen raak is.

b In de plot is lastig te zien of de grafieken nul, één dan wel twee gemeenschappelijke punten hebben.

c $0{,}1x^2=1{,}01x-2{,}55 \Leftrightarrow 0{,}1x^2-1{,}01x+2{,}5$; de discriminant is $D=(-1{,}01)^2-4\cdot 0{,}1\cdot 2{,}55=0{,}0001>0$, dus er zijn twee gemeenschappelijke punten

37a $h(120)=22{,}4$; 22,4 cm is iets hoger dan het net

b $h(x)=0 \Leftrightarrow -0{,}0002x^2+0{,}36x+8{,}0=0$; de *abc*-formule met $D=0{,}36^2-4\cdot -0{,}002\cdot 8{,}0=0{,}1936$ geeft

$$x=\frac{-0{,}36+0{,}44}{-0{,}004}=-68{,}4 \quad \text{of} \quad x=\frac{-0{,}36-0{,}44}{-0{,}004}=200.$$

De negatieve waarde vervalt, dus het balletje raakt de tafel 200 cm vanaf de linkerkant, dat is 80 cm gerekend vanaf het net.

c Er moet dan ook gelden $g(200)=0$. Omdat $(x-200)$ als factor in het functievoorschrift voorkomt is dat duidelijk.

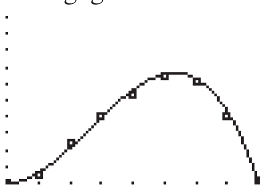
d $h(240)=12{,}8$; het balletje is bij de rechterrand op 12,8 cm hoogte; het midden van het batje van de rechterspeler mag 10 cm hoger of lager worden gehouden, dus tussen 2,8 cm en 22,8 cm boven de tafel.

bladzijde 47

38a Hieronder een plot met daarnaast de vensterinstelling

b 12:40 uur , dus iets na 12:30 uur, lijkt een goede schatting.

c Kies $\mathrm{Y1}=-7(\mathrm{X}-10)\,\hat{}\,3+28(\mathrm{X}-10)\,\hat{}\,2+300$ (dus $t=\mathrm{X}-10$ substitueren) en dezelfde vensterinstelling, dan zie je dat het model aardig klopt met de meetgegevens.



d Voer in je GR nu in $\mathrm{Y2}=320$. Via $2\times$ intersect krijg je $x\approx 10{,}97$ en $x\approx 13{,}80$, het verschil in uren is ongeveer 2,83, dat komt overeen met 170 minuten.

39a Als de man naar B roeit, legt hij $\sqrt{8^2+12^2}=\sqrt{208}$. Met een gemiddelde van 4 km per uur doet hij daar $\frac{1}{4}\sqrt{208}\approx 3{,}60$ uur over, terwijl hij maar precies $3\frac{1}{2}$ uur tot zijn beschikking heeft.

b De afstand van A naar C is $\sqrt{8^2+3^2}=\sqrt{73}$ km, daar doet hij $\frac{1}{4}\sqrt{73}$ uur over. Hij loopt daarna nog 9 km naar B. Over dat stuk doet hij dus $1\frac{1}{2}$ uur. In totaal is dat dus $\frac{1}{4}\sqrt{73}+1\frac{1}{2}\approx 3{,}64$ uur, dat lukt dus ook niet.

c $\sqrt{64+x^2}$ is de afstand in km die hij roeiend aflegt; hij doet daar $\frac{1}{4}\sqrt{64+x^2}$ uren over; $12-x$ km legt hij te voet af en over dat stuk doet hij $\frac{1}{6}(12-x)$ uren; samen is dat dus $\frac{1}{4}\sqrt{64+x^2}+\frac{1}{6}(12-x)$ uren.

d $\frac{1}{4}\sqrt{64+x^2}+\frac{1}{6}(12-x)=3\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{4}\sqrt{64+x^2}=3\frac{1}{2}-\frac{1}{6}(12-x)\Leftrightarrow\frac{1}{4}\sqrt{64+x^2}=1\frac{1}{2}+\frac{1}{6}x$
$\sqrt{64+x^2}=6+\frac{2}{3}x\Rightarrow 64+x^2=(6+\frac{2}{3}x)^2\Leftrightarrow 64+x^2=36+8x+\frac{4}{9}x^2\Leftrightarrow$
$\frac{5}{9}x^2-8x+28=0\Leftrightarrow 5x^2-72x+252=0$; de discriminant is hier
$D=(-72)^2-4\cdot 5\cdot 252=144$; met de *abc*-formule krijg je

$x=\dfrac{72-12}{10}=6$ of $x=\dfrac{72+12}{10}=8\frac{2}{5}$; uit controle blijkt dat zowel 6 km als 8,4 km voor AC oplossingen zijn.

ICT Ongelijkheden

bladzijde 48

I-1a Firma A, het aanvangspunt (bij 0 m^3) van de lijn die bij firma A hoort ligt hoger

b Firma B, want de lijn die bij firma B hoort heeft een grotere helling

c Bij ongeveer 1092 m^3 zijn de firma's even duur.

d Bij gelijktijdig tracen naar rechts verwisselen de labels van positie vanaf 1091,99. Vanaf dat volume is firma B het duurst.

I-2a $f(2)>g(2)$ klopt niet omdat punt Q lager ligt dan punt P , er geldt juist $f(2)<g(2)$

b $f(-2)>g(-2)$ klopt omdat punt R hoger ligt dan punt S .

c

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
$f...g$	>	>	=	<	<	<	=	>	>

d $f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x^2+3x-5=7x+1\Leftrightarrow 2x^2-4x-6=0\Leftrightarrow 2(x^2-2x-3)=0\Leftrightarrow$
$x^2-2x-3=0\Leftrightarrow(x-3)(x+1)=0\Rightarrow x=-1$ of $x=3$

e $\langle\leftarrow;-1\rangle\cup\langle 3;\rightarrow\rangle$

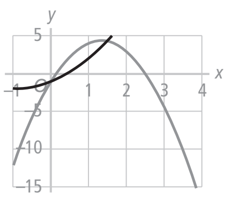
bladzijde 49

I-3a $\langle -1;0{,}75\rangle\cup\langle 4,\rightarrow\rangle$

b $\langle\leftarrow;-1]\cup[0{,}75;4\rangle$

c $\langle\leftarrow;-1\rangle\cup\langle -1;0{,}75\rangle\cup\langle 0{,}75;4\rangle\cup\langle 4;\rightarrow\rangle$

I-4a

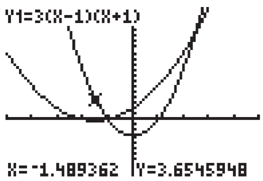


b $-3x^2+8x-1=x^2+2x-1 \Leftrightarrow -4x^2+6x=0 \Leftrightarrow -2x(2x-3)=0 \Rightarrow x=0$ of $x=1\frac{1}{2}$

c $\langle 0; 1\frac{1}{2}\rangle$

I-5a Eerst moet je de vergelijking met gelijkteken oplossen.
$-2x^2+5=1 \Leftrightarrow x^2=2 \Rightarrow x=-\sqrt{2}$ of $x=\sqrt{2}$
De vorm $-2x^2+5$ hoort bij een bergparabool, dus $\langle\leftarrow,-\sqrt{2}\rangle \cup \langle\sqrt{2},\rightarrow\rangle$

b Onderstaande plot is tot stand gekomen door invoer
$\text{Y1}=3(\text{X}-1)(\text{X}+1)$ en $\text{Y2}=\text{X}^2+3\text{X}+2$ en vensterinstelling
$-5 \le \text{X} \le 5, -10 \le \text{Y} \le 20$:



Exact oplossen van de gelijkheid geeft:
$3(x-1)(x+1)=x^2+3x+2 \Leftrightarrow 3x^2-3=x^2+3x+2 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5=0 \Rightarrow$
$x=\dfrac{3+\sqrt{49}}{4}=2\frac{1}{2}$ of $x=\dfrac{3-\sqrt{49}}{4}=-1$
Via de cursor in de plot zie je dat de oplossing van de ongelijkheid $\langle\leftarrow,-1] \cup [2\frac{1}{2},\rightarrow\rangle$ is.

c $2x^2-3x+8=3x+4 \Leftrightarrow 2x^2-6x+4 \Leftrightarrow 2(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow 2(x-1)(x-2)=0 \Rightarrow$
$x=1$ of $x=2$; omdat bij $2x^2-3x+8$ een dalparabool hoort en bij $3x+4$ een lijn, is de oplossing $\langle 1,2\rangle$

I-6a $g(x) \ge f(x)$

b $g(x) > 12$

c $h(x) < p(x)$

d $p(x) > f(x)$

e $p(x) \le 0$

f $f(x) > h(x)$

g Voor $a=4$ is bijbehorende ongelijkheid $q(x) \ge 0$

Test jezelf

bladzijde 52

T-1a Voer in je GR in $\text{Y1}=\text{X}\,\hat{}\,3-7\text{X}\,\hat{}\,2+16\text{X}+2$ en neem bijvoorbeeld als vensterinstelling $-2 \le \text{X} \le 8, -20 \le \text{Y} \le 100$. Met zero krijg je $x \approx -0{,}12$ en het nulpunt is $(-0{,}12;\ 0)$

b Voer in $\text{Y2}=14$. Voor de vergelijking $f(x)=14$ vind je met intersect de oplossing $x=3$. In de plot zie je dat $\langle 3,\rightarrow\rangle$ de oplossing van de ongelijkheid is.

c In de plot is niet te zien of er twee of drie snijpunten zijn. Voer in $\text{Y2}=32\text{X}/3+2$ ($\text{Y2}=14$ heb je niet meer nodig). Met $3\times$ intersect vind je drie snijpunten: $(0{,}00;\ 2{,}00)$, $(0{,}87;\ 11{,}28)$ en $(6{,}13;\ 67{,}39)$. Omdat de constante termen in de functievoorschriften van f en g aan elkaar gelijk zijn kun je zien dat $(0,\ 2)$ een exacte oplossing is. Dat betekent hier ook dat je de vraag hier exact op kunt lossen.

Immers, $x^3-7x^2+16x+2=10\frac{2}{3}x+2 \Leftrightarrow x^3-7x^2+5\frac{1}{3}x=0 \Leftrightarrow x(x^2-7x+5\frac{1}{3})=0 \Rightarrow$ $x=0$ of $x^2-7x+5\frac{1}{3}=0$ en met behulp van de *abc*-formule kom je daar wel uit.

d Schakel de plot van Y2 uit door op het =-teken achter Y2 te enteren. Via maximum en minimum vind je de toppen. (2,00; 14,00) en (2,67; 13,85)

T-2a $x^2+4x-6=0$; het lukt niet om deze vergelijking door ontbinden op te lossen; je gebruikt de *abc*-formule met $a=1,\ b=4,\ c=-6$; $D=4^2-4\cdot1\cdot-6=40$ en

$x=\dfrac{-4-\sqrt{40}}{2}=-2-\frac{1}{2}\sqrt{40}$ of $x=\dfrac{-4+\sqrt{40}}{2}=-2+\frac{1}{2}\sqrt{40}$

b $2x^2-5x+4=0$; hier is $D=(-5)^2-4\cdot2\cdot4=-7<0$, er is dus geen oplossing

c $2x-7=12-\frac{1}{3}x \Leftrightarrow \frac{7}{3}x=19 \Leftrightarrow 7x=57 \Leftrightarrow x=8\frac{1}{7}$

d $x^3+6x^2=-8x \Leftrightarrow x^3+6x^2+8x=0 \Leftrightarrow x(x^2+6x+8)=0 \Leftrightarrow x(x+2)(x+4)=0 \Rightarrow$ $x=0$ of $x=-2$ of $x=-4$

e $4x^2+9=12x \Leftrightarrow 4x^2-12x+9=0$; het lukt misschien niet om deze vergelijking door ontbinden op te lossen; je gebruikt dan de *abc*-formule met $a=4,\ b=-12,\ c=9$;

$D=(-12)^2-4\cdot4\cdot9=0$ en $x=\dfrac{12\pm\sqrt{0}}{8}=1\frac{1}{2}$ is de enige oplossing

f $4x^3-12x=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-3)=0 \Rightarrow x=0$ of $x^2=3 \Rightarrow x=0$ of $x=-\sqrt{3}$ of $x=\sqrt{3}$

T-3a $K=50000+6q$

b $O=24q$

c $K=O \Leftrightarrow 50000+6q=24q \Leftrightarrow 18q=50000 \Rightarrow q\approx 2777,78\approx 2778$

d Je kunt alleen gehele aantallen dvd's produceren.

e $O>K \Leftrightarrow 24q>50000+6q \Leftrightarrow 18q>50000 \Leftrightarrow q\geq 2778$ ($q=2778$ doet ook mee)

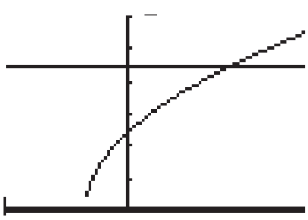
f $W=O-K=24q-(50000+6q)=18q-50000$

g $W=0 \Leftrightarrow O-K=0 \Leftrightarrow O=K$ is dus feitelijk dezelfde vraag als bij c

T-4a $3x^2+7x=2x-2 \Leftrightarrow 3x^2+5x+2=0$; $D=5^2-4\cdot2\cdot3=1$ en

$x=\dfrac{-5-\sqrt{1}}{6}=-1$ of $x=\dfrac{-5+\sqrt{1}}{6}=-\frac{2}{3}$ in een eventuele plot vergelijk je een dalparabool met een lijn; de oplossing van de ongelijkheid moet dan wel zijn $\langle\leftarrow,-1]\cup[-\frac{2}{3},\rightarrow\rangle$

b $\sqrt{0,3x+6}=4\frac{1}{2} \Rightarrow 0,3x+6=20\frac{1}{4} \Leftrightarrow 0,3x=14,25 \Leftrightarrow x=47\frac{1}{2}$ bij controle achteraf zie je dat deze oplossing correct is; voer in je GR in $Y1=\sqrt{0,3X+6}$ en $Y2=4,5$; met vensterinstelling $-55\leq X\leq 80,\ 0\leq Y\leq 6$ krijg je de plot

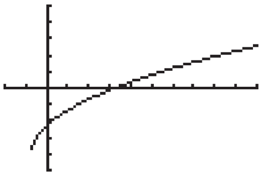


Rekening houdend met het domein van $\sqrt{0,3x+6}$, namelijk $[-20,\rightarrow\rangle$ is de oplossing van de ongelijkheid $[-20,\ 47\frac{1}{2}]$

c $\frac{1}{5}x+3=-2\frac{1}{2}x+\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{27}{10}x=-\frac{9}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{5}{6}$; omdat de lijn $y=\frac{1}{5}x+3$ stijgend is en lijn $y=-2\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}$ dalend, is de oplossing van de ongelijkheid $\langle\leftarrow,-\frac{5}{6}]$; je kunt natuurlijk ook een plot maken als je dat nodig vindt

d $2(3x-1)^2 = 8 \Leftrightarrow (3x-1)^2 = 4 \Rightarrow 3x-1 = -2$ of $3x-1 = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ of $x = 1$; in een eventuele plot wordt een dalparabool vergeleken met een horizontale lijn; de oplossing van de ongelijkheid is dus $\langle \leftarrow, -\frac{1}{3}\rangle \cup \langle 1, \rightarrow\rangle$

e $\sqrt{4x+3} - 4 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4x+3} = 4 \Rightarrow 4x+3 = 16 \Leftrightarrow x = 3\frac{1}{4}$; de contrôle achteraf die je bij wortelvergelijkingen moet uitvoeren blijkt deze oplossing correct; een plot met invoer $\text{Y1} = \sqrt{4\text{X}+3}$ - 4 en vensterinstelling $-2 \le \text{X} \le 10, -5 \le \text{Y} \le 5$ zie er als volgt uit:



Het domein van de functie $\sqrt{4x+3} - 4$ is gelijk aan $[-\frac{3}{4}, \rightarrow\rangle$, dus is de oplossing van de gevraagde ongelijkheid $[-\frac{3}{4}, 3\frac{1}{4}]$.

bladzijde 53

T-5a $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 2 \Rightarrow x-2 = 4 \Leftrightarrow x = 6$;
uit controle wortelvergelijking blijkt dat deze oplossing correct is.

b Het domein is $[2, \rightarrow\rangle$ en het bereik $[-2, \rightarrow\rangle$.

c $f(x) = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - 2 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 5 \Rightarrow x-2 = 25 \Leftrightarrow x = 2$;
bij controle blijkt deze oplossing OK

d $f(x) = 2 - x \Leftrightarrow \sqrt{x-2} - 2 = 2 - x \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 4 - x \Rightarrow x - 2 = (4-x)^2 \Leftrightarrow$
$x - 2 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-6) = 0 \Rightarrow x = 3$ of $x = 6$;
bij controle blijkt $x = 6$ vervalt en $x = 3$ voldoet

T-6a $3\sqrt{4x-1} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{4x-1} = \frac{5}{3} \Rightarrow 4x - 1 = \frac{25}{9} \Leftrightarrow 4x = \frac{34}{9} \Leftrightarrow x = \frac{17}{18}$; na controle OK

b $8(x+2)^2 = 24 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 3 \Rightarrow x+2 = -\sqrt{3}$ of $x + 2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow$
$x = -2 - \sqrt{3}$ of $x = -2 + \sqrt{3}$

c $0{,}3x^2 - 6x + 30 = 0 \Leftrightarrow 0{,}3(x^2 - 20x + 100) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 20x + 100 = 0 \Leftrightarrow$
$(x-10)^2 = 0 \Rightarrow x = 10$

d $16x^2 + 9 = 24x \Leftrightarrow 16x^2 - 24x + 9 = 0$; je gebruikt de *abc*-formule met
$a = 16,\ b = -24,\ c = 9;\ D = (-24)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9 = 0$ dus $x = \dfrac{24 \pm \sqrt{0}}{32} = \frac{3}{4}$ is de enige oplossing

e $8 - \sqrt{4-x} = 10 \Leftrightarrow \sqrt{4-x} = -2$; een wortel kan nooit negatief zijn, dus is er geen oplossing

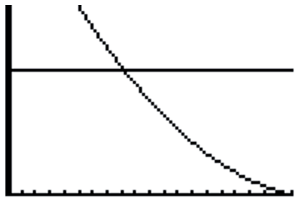
f $(x^2 - 5)(x - 7) = 0 \Rightarrow x^2 - 5 = 0$ of $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5$ of $x = 7 \Leftrightarrow$
$x = -\sqrt{5}$ of $x = \sqrt{5}$ of $x = 7$

T-7a De lengte is $40 - 4 = 36$ m, de breedte $25 - 2 = 23$ m en oppervlakte $36 \times 23 = 828$ m^2.

b De oppervlakte van het bloemperk is $40 \times 25 - 828 = 172$ m^2

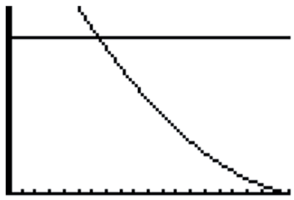
c $O = (40 - 2x)(25 - x)$; er moet natuurlijk gelden $0 \le 40 - 2x \le 40$ en $0 \le 25 - x \le 25$ dus in totaal $0 \le x \le 20$

d $O \ge 400 \Leftrightarrow (40 - 2x)(25 - x) \ge 400$; eerst moet je de gelijkheid oplossen
Hieronder zie je een plot van $\text{Y1} = (40 - 2\text{X})(25 - \text{X})$ en $\text{Y2} = 400$ met vensterinstelling $0 \le \text{X} \le 20,\ 0 \le \text{Y} \le 600$



Met intersect vind je $x \approx 8{,}14$, de oplossing van de ongelijkheid is $[0;\ 8{,}14]$ en het bloemperk mag hoogstens 8,14 m breed zijn. Natuurlijk kun je gelijkheid ook met de *abc*-formule oplossen.

e In totaal is er $1000\ \text{m}^2$ beschikbaar; de oppervlakte van het bloemperk kleiner dan van het grasveld betekent $O > 500$; definieer nu $\text{Y2} = 500$, je krijgt dan de plot:



Met intersect vindt voor de gelijkheid $O = 500$ de oplossing $x \approx 6{,}49$ en de ongelijkheid heeft dan als oplossing $[0; 6{,}49\rangle$. Of in woorden: als de breedte van het bloemperk kleiner is dan 6,49 m.

T-8a $g(x) \geq f(x)$

b $k(x) < h(x)$

c $f(x) > 0$

d $h(x) \leq 0$

e Kies een *a* waarvoor geldt dat *k* door (6; 0) gaat. Dan moet $0 = 2 \times 6 + a \Leftrightarrow a = -12$; de ongelijkheid $k(x) \geq 0$ heeft nu als oplossing $[6, \rightarrow\rangle$.