Hoofdstuk 1 - Functies en de rekenmachine

Voorkennis: Functies

bladzijde 12

V-1a De formule is $T = 18 + 0{,}03d$

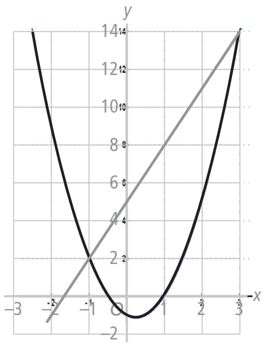
b Je moet oplossen $18 + 0{,}03d = 41$ dus dan geldt $0{,}03d = 23$ en dan is $d = 23 : 0{,}03 \approx 767$ m

V-2a $f(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 - 1 = 0$ en $f(-\frac{1}{2}) = 2 \cdot (-\frac{1}{2})^2 - (-\frac{1}{2}) - 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = 0$.
De getallen 1 en $-\frac{1}{2}$ zijn de x-coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de x-as.

b Daarbij hoort het getal –1, want $f(0) = -1$

c De symmetrie-as is de lijn $x = \frac{1}{4}$, dus de x- coördinaat van de top is $\frac{1}{4}$.
De y-coördinaat van de top bereken je met het functievoorschrift van f: $f(\frac{1}{4}) = -1\frac{1}{8}$.
De top is dus het punt ($(\frac{1}{4},\ -1\frac{1}{8})$.

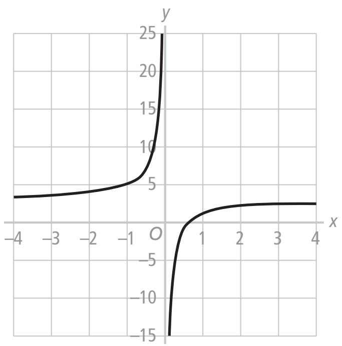
d



De x-coördinaten van de snijpunten bereken je door op te lossen: $2x^2 - x - 1 = 3x + 5$
Daaruit volgt dat $2x^2 - 4x - 6 = 0$ of $x^2 - 2x - 3 = 0$. Dit geeft $(x+1)(x-3) = 0$ dus $x = -1$ of $x = 3$. Er geldt: $f(-1) = 2$ en $f(3) = 14$.
De snijpunten zijn dus de punten $(-1,\ 2)$ en $(3,\ 14)$

e Dan ligt de parabool boven de lijn en dat is het geval als $x < -1$ of $x > 3$.

V-3a



De asymptoten van de grafiek zijn de lijnen $x = 0$ en $y = 3$.

b Je moet oplossen de vergelijking $3 - \dfrac{2}{x} = 0$, dus $\dfrac{2}{x} = 3$ en $x = \frac{2}{3}$.
Het snijpunt is dus het punt $(\frac{2}{3},\ 0)$.

c Dat komt omdat je voor x niet nul in kunt vullen, want delen door nul is niet mogelijk.

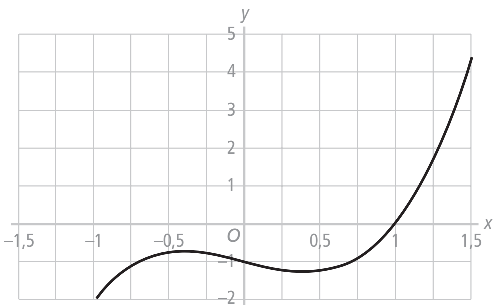
d $3-\frac{2}{x}>1003$. Los op $3-\frac{2}{x}=1003$, dit geeft $-\frac{2}{x}=1000 \Rightarrow 1000x=-2 \Rightarrow x=-\frac{1}{500}$.
Lees met de grafiek de oplossing af: $-\frac{1}{500}<x<0$.

e Die functiewaarden verschillen niet veel van 3; bijvoorbeeld $f(-1000)=3{,}002$ en $f(2000)=2{,}999$

bladzijde 13

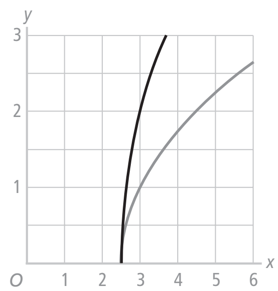
V-4a Omdat de hoogste macht van x die in het functievoorschrift voorkomt x^3 is.

b



c Bij de nieuwe, verschoven grafiek hoort het functievoorschrift $g(x)=2x^3-x$.
Je vindt de snijpunten met de x-as door op te lossen: $2x^3-x=0$. Je krijgt dan $x(2x^2-1)=0$ dus $x=0$ of $x=\sqrt{\frac{1}{2}}$ of $x=-\sqrt{\frac{1}{2}}$.

V-5a,e



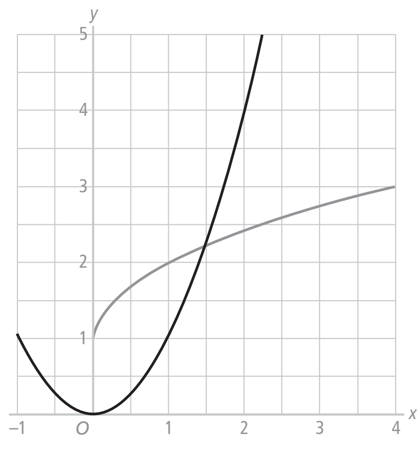
b Het domein bestaat uit alle waarden van x met $x \geq 2{,}5$

c $\sqrt{2x-5}=5$ als $2x-5=25$ dus $2x=30$ en $x=15$. Dit getal behoort tot het domein.

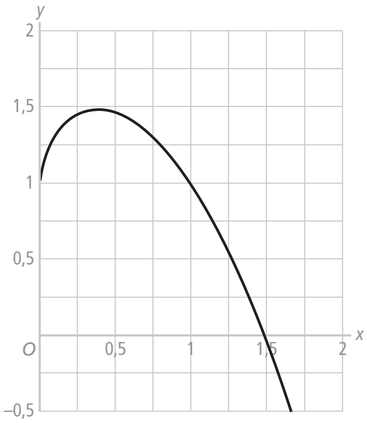
d $h(x)=2\sqrt{2x-5}$

f $k(x)=2\sqrt{2x-5}-4$

V-6a



b



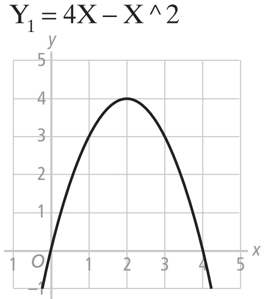
c Kies als benadering van het nulpunt $x = 1{,}5$. Er geldt $h(1{,}5) \approx -0{,}025$

d Met de rekenmachine vind je $x \approx 1{,}49$

1.1 Plotten, schetsen en tekenen

bladzijde 14

1 $Y_1 = 4X - X\,^\wedge 2$

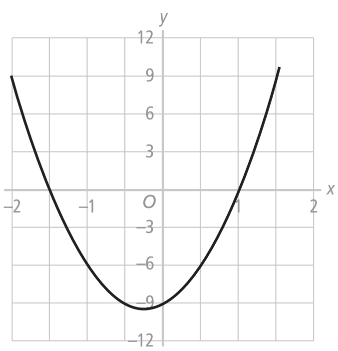


2a $Y_1 = \sqrt{0{,}5X + 30}$

b Kies *y* van –2 tot 8.

3a Als je *x* kiest van –2 tot 2. Alle bijzonderheden van de grafiek komen dan goed in beeld.

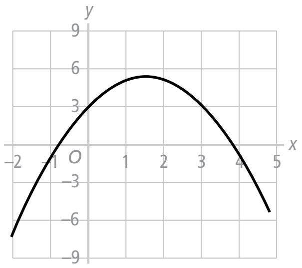
b Het snijpunt met de *y*-as is het punt $(0, -9)$ en de snijpunten met de *x*-as zijn de punten $(1,\ 0)$ en $(-1{,}5;\ 0)$. De top van de parabool is het punt $(-0{,}25; -9{,}38)$.
Een schets van de grafiek is:



c De grafiek beslaat dan maar een heel klein deel van het scherm van je rekenmachine. Dat geeft geen duidelijk beeld.

bladzijde 15

4a

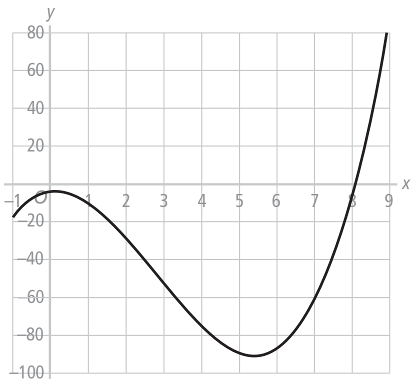


b Het snijpunt met de y-as is het punt $(0,3)$. De x-coördinaten van de snijpunten met de x-as vind je door op te lossen $-x^2+3x+3=0$.

Er volgt dat $x=\frac{-3+\sqrt{21}}{-2}\approx-0,79$ of $x=\frac{-3-\sqrt{21}}{-2}\approx3,79$.

Dus de snijpunten met de x-as zijn $(-0,8;0)$ en $(3,8;0)$. De x-coördinaat van de top zit daar precies tussen, die is dus $x=1\frac{1}{2}$. $f(1\frac{1}{2})=5\frac{1}{4}$. De top is dan $(1\frac{1}{2},\ 5\frac{1}{4})$.

5a



b Er zijn twee toppen. Dat zijn de punten $(0,15;-3,77)$ (een top) en $(5,40;-90,44)$ (een dal). Het snijpunt met de y-as was het punt $(0,-4)$ en het snijpunt met de x-as is het punt $(8,07;\ 0)$.

6a De hoogte bij de linkertoren is $h(0)=166$ meter.

b Je zoekt de snijpunten van de grafiek met de lijn $y=166$. Je vindt de punten $(0,\ 166)$ en $(225,\ 166)$, dus de torens staan 225 meter van elkaar.

c De top van de grafiek van h vind je door $a=112,5$ in te vullen in het functievoorschrift. Je vindt dan de hoogte van het laagste punt van de kabels ten opzichte van het wateroppervlak.
Er geldt dat $h(112,5)=64,75$ meter.
Dus de kleinste afstand tussen kabel en wegdek is $64,75\ -\ 35=29,75$ meter.

1.2 Soorten grafieken

bladzijde 16

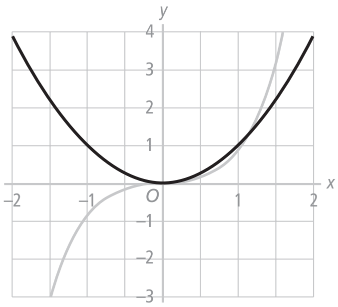
7a Omdat de grafiek een dalparabool is en je bij die scherminstelling niet de top in beeld krijgt.

b Kies x van –50 van 250 en y van –100 tot 50.

bladzijde 17

8 A Een gebroken functie
B Een kwadratische functie
C Een machtsfunctie
D Een exponentiële functie

9a



De grafieken van f en g hebben één snijpunt en één raakpunt.
Dat zijn de punten $(1, 1)$ en $(0, 0)$.

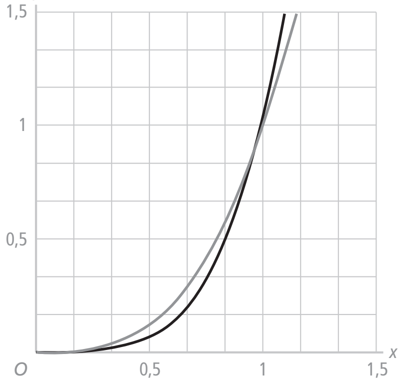
b Je lost de vergelijking $x^2 = x^4$ op. Daaruit volgt $x^2 - x^4 = 0$ dus $x^2(1 - x^2) = 0$ en je vindt $x = 0$ of $x = -1$ of $x = 1$. De snijpunten zijn $(0, 0)$, $(1, 1)$ en $(-1, 1)$.

10a De functievoorschriften zijn van de vorm $f(x) = ax + b$; het zijn dus lineaire functies.
b De functies f, g en h zijn kwadratische functies.
c Bij een horizontale lijn hoort een eenvoudig functievoorschrift zoals $f(x) = -2$.
Een eenvoudig functievoorschrift bij een parabool is bijvoorbeeld $f(x) = x^2$.

11a De functie f is een kwadratische functie.
b $f(x) = 5x - x^2$
c De snijpunten met de x-as zijn de punten $(0, 0)$ en $(5, 0)$. De top is het punt $(2\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4})$

12a Op de standaardfunctie $f(x) = \dfrac{1}{x}$
b De grafiek van de standaardfunctie is drie eenheden naar rechts en vier eenheden naar boven verschoven.
c De grafiek lijkt op de grafiek van de standaardfunctie $f(x) = x^2$. Die grafiek moet je twee eenheden naar rechts en drie eenheden naar beneden verschuiven om de grafiek van g te krijgen.

13a Dat zijn machtsfuncties.
b De grafiek is symmetrisch in de y-as en dan is n bovendien een even getal.
c



Als $n = 3$ zijn de functiewaarden tussen 0 en 1 het grootst.

d Voor $0 < x < 1$ ligt de grafiek van functie n onder de grafiek van functie m.
Voor $x > 1$ ligt de grafiek van n boven de grafiek van m.

1.3 Venster instellen

bladzijde 18

14a De vensterinstelling is dan bijvoorbeeld x van 15 tot 35 en y van–30 tot 30.

b De coördinaten van de top zijn $(25, -25)$

15a De grafiek begint bij het randpunt $(-40, 0)$ en dat is buiten beeld. Als $-10 < x < 10$ dan zijn de functiewaarden groter dan 10 en dus blijven alle bijbehorende punten buiten beeld.

b Neem bijvoorbeeld x van –50 tot 50 en y van –5 tot 25.

bladzijde 19

16a De vorm is die van een ‘liggende’ halve parabool.

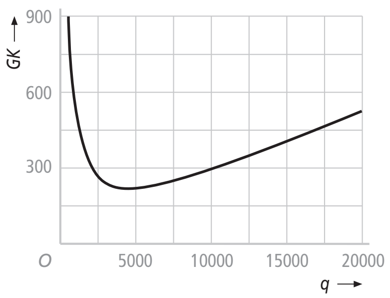
b Neem bijvoorbeeld x van –60 tot 40 en y van –10 tot 20.

17a x van –15 tot 5 en y van –175 tot 100

b x van –3 tot 3 en y van –10 tot 10

c x van –100 tot 1500 en y van –200 tot 100

18a



b De laagste gemiddelde kosten zijn er als er 4472 fietsen worden afgeleverd, want dan bereikt GK een minimum..

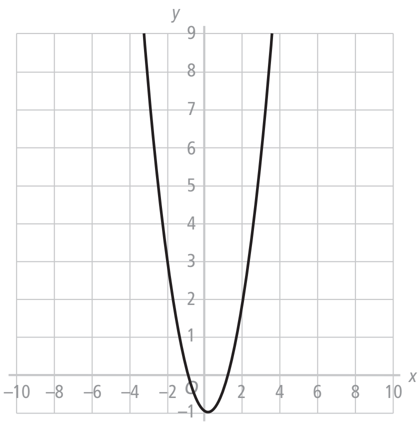
c Dan is $q \approx 0$, dus dan zijn de gemiddelde kosten erg hoog. In het functievoorschrift staat een breuk die heel erg groot wordt als q een klein getal is.

d De totale kosten zijn dan gelijk aan
$5000 \cdot GK(5000) = 5000(0{,}025 \cdot 5000 + 100) = 1.125.000$ euro.

e Je plot de grafiek van GK en de lijn $GK = 400$ en je zoekt met de opties van de rekenmachine de snijpunten van beide grafieken op. Je vindt het ene snijpunt bij $q \approx 1367$ en het andere snijpunt bij $q \approx 14633$. De gemiddelde kosten per fiets zijn dus lager dan 400 euro als er minstens 1367 fietsen, maar hoogstens 14633 fietsen worden geproduceerd.

19a Bijvoorbeeld t van 0 tot 40 en C van 0 tot 3.
b De maximum concentratie is 2,4 mg per liter bloed.

20a

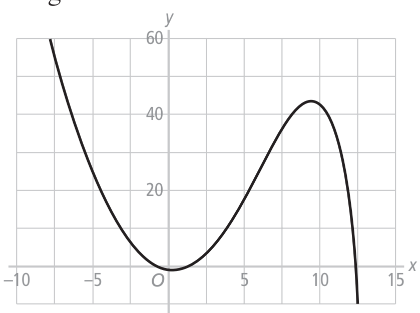


b

x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$f(x)$	34,5	14,2	–25,6	–95,9	–212,9	–400,8	–696,3	–1154	–1856	–2925

De grafiek van vraag a geeft de indruk dat als x toeneemt van 11 tot 20 de functiewaarden ook steeds groter zullen worden, maar uit de tabel blijkt dat dat niet het geval is.

c



De gekozen vensterinstelling is nu: x van –10 tot 15 en y van –10 tot 60

1.4 Randpunten en asymptoten

bladzijde 20

21a $f(-2) = 0$ en $f(3) = 0$
b Als x tussen –2 en 3 ligt, dan neemt de uitdrukking onder het wortelteken negatieve waarden aan.
De wortel uit een negatief getal bestaat niet, dus is er geen grafiek voor die waarden van x.

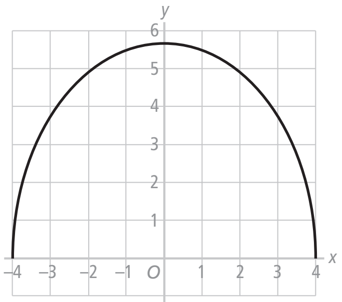
22a Die sprong zie je bij $x = 3{,}5$.
b Wanneer je grote positieve getallen invult voor x, dan wordt de waarde van de breuk bijna nul.
Dit komt omdat de teller 1 blijft, maar de noemer is – afgezien van het minteken - een heel groot getal. Iets dergelijks geldt ook wanneer x een groot, maar negatief getal is. De functiewaarde is dus in beide gevallen ongeveer gelijk aan 1, maar nooit precies gelijk aan 1.

bladzijde 21

23a Het randpunt treedt op als $3x+6=0$ dus als $x=-2$. De coördinaten zijn $(-2, -4)$.

b Het snijpunt met de y-as is het punt $(0,\ -4+\sqrt{6})$ en het snijpunt met de x-as vind je door op te lossen $\sqrt{3x+6}=4$. Daar uit volgt $3x+6=16$ of $3x=10$ dus $x=3\frac{1}{3}$. Het snijpunt met de x-as heeft dus de coördinaten $(3\frac{1}{3},\ 0)$.

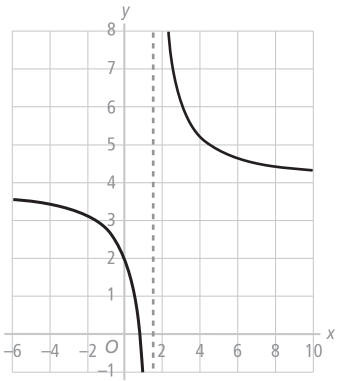
c



d Als je de vergelijking $32-2x^2=0$ oplost, krijg je $x^2=16$, dus $x=4$ of $x=-4$
Er dus zijn twee randpunten $(-4,\ 0)$ en $(4,\ 0)$. Het snijpunt met de y-as is het punt $(0,\ \sqrt{32})$.

24a Voor $x=1\frac{1}{2}$ wordt de noemer van de breuk nul en dat is de waarde waarvoor de grafiek een verticale asymptoot heeft.

b



c De horizontale asymptoot is de lijn $y=4$. Dat kun je zien aan het functievoorschrift omdat de breuk steeds meer in de buurt van nul komt naarmate x een groot positief getal (of een klein negatief getal) wordt. Het gevolg is dat dan y steeds meer in de buurt komt van het getal 4.

25a Dan is het aantal belminuten gelijk aan 200. Er geldt dat $P(2)=0{,}13+\dfrac{0{,}12}{2}=0{,}19$, dus de prijs per belminuut is dan 19 eurocent.

b De totale kosten zijn $200\times 0{,}19=38$ euro.

c Als x steeds groter wordt dan wordt de breuk steeds kleiner en dus de prijs per belminuut steeds wat lager.

d De horizontale asymptoot is de lijn $P=0{,}13$.

e De praktische betekenis is dat de prijs steeds dichter in de buurt komt van 13 eurocent per belminuut naarmate er meer gebeld wordt, mar de prijs blijft altijd iets hoger dan 13 eurocent.

26a De noemer van de breuk in het functievoorschrift van functie p is voor geen enkele waarde van x gelijk aan nul, want nooit geldt dat $x^2 = -5$ dus de grafiek heeft geen verticale asymptoot, maar de noemer van de breuk in het voorschrift van functie q kan wel nul zijn, want je kunt de vergelijking $x^2 = 5$ wel oplossen.
Er zijn twee oplossingen, $x = \sqrt{5}$ en $x = -\sqrt{5}$. De grafiek van q heeft dan ook twee verticale asymptoten.

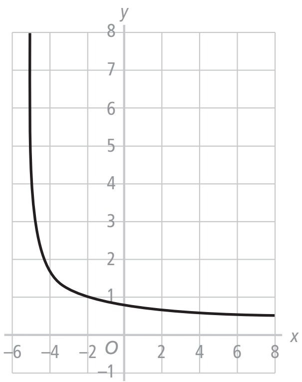
b Als x een groot positief (of een klein negatief getal) is, zijn beide breuken vrijwel gelijk aan nul. Beide grafieken hebben dus als horizontale asymptoot de x-as.

27 De grafiek van functie h heeft twee verticale asymptoten, want de vergelijking $x^2 - 4 = 0$ heeft twee oplossingen $x = -2$ en $x = 2$. Bij functie h hoort dus grafiek A. De grafiek van functie f kun je niet tekenen als $x^2 - 4 < 0$ dus als $x^2 < 4$ of als $-2 < x < 2$. Dit klopt met grafiek B. De grafiek van functie j heeft twee asymptoten: de horizontale asymptoot is $y = 4$ en de verticale asymptoot $x = 0$ (de y-as). Dit komt overeen met grafiek C

1.5 Domein en bereik

bladzijde 22

28a



b De functie bestaat niet als $5 + x \leq 0$ dus als $x \leq -5$, want onder het wortelteken mag geen negatief getal staan en bovendien mag de noemer van de breuk niet gelijk zijn aan nul.

c Alle positieve getallen kunnen als functiewaarden voorkomen.

29a Het domein van f: $4 - 3x \geq 0$ dus $3x \leq 4$ en $x \leq \frac{4}{3}$
Het bereik van f: $y \leq 5$, want de uitdrukking met de wortel is steeds een positief getal dat van 5 wordt afgetrokken. De uitkomst is dus hoogstens gelijk aan 5.

b Het domein van g: $\mathbb{R}$, want je kunt voor x elk getal invullen.
Het bereik van g: $0 < y \leq 5$, want de functiewaarden zijn positieve getallen en de grootste functiewaarde heb je daar waar de noemer zo klein mogelijk is dus als $x = 0$ en dan is $y = 5$

c Het domein van h: alle getallen, behalve $x = 2\frac{1}{3}$, want dan wordt de noemer nul.
Het bereik van h: alle getallen, behalve $y = 2$, want dat is de vergelijking van de horizontale asymptoot.

bladzijde 23

30

ongelijkheid	$-2 \le x < 6$	$x > -9$	$x < 0$	$-2 < x \le 1$
getallenlijn				
interval	$[-2,6\rangle$	$\langle -9,\to\rangle$	$\langle\leftarrow,0\rangle$	$\langle -2,1]$

31a Het domein van f is $\mathbb{R}$, want elk bij elk getal x hoort een functiewaarde. De grafiek is een bergparabool met top $(0,5)$ dus het bereik is het interval $\langle\leftarrow,5]$

b De x-waarden uit het domein moeten voldoen aan $x^2+5x \ge 0$ dus $x \le -5$ of $x \ge 0$. Het domein is dus $\langle\leftarrow,-5] \cup [0,\to\rangle$. Het bereik is het interval $[0,\to\rangle$

c Het domein is $\mathbb{R}$ met uitzondering van het getal 0, want je kunt niet door nul delen. Het bereik is ook $\mathbb{R}$ met uitzondering van het getal 0, want elk getal kan als functiewaarde voorkomen, behalve het getal 0.

32a $h(0)=41,5$ en dit getal is de hoogte van de toren waarvandaan het projectiel wordt afgeschoten.

b In de grafiek is te zien dat het projectiel na ongeveer 4,1 seconden op de grond komt. Het domein is dus het interval $[0;4,1]$.

c De hoogte van het projectiel kun je met je rekenmachine bepalen: ongeveer 46,6 meter.
Dus het bereik is het interval $[0;46,6]$

33 De functie f voldoet aan voorwaarde 3, want het domein is $\langle\leftarrow,-2] \cup [2,\to\rangle$ en het bereik is $[0,\to\rangle$. De functie g heeft als domein $\mathbb{R}$, maar het bereik is het interval $[2,\to\rangle$ dus g voldoet dus aan voorwaarde 2. Functie h heeft als domein $\mathbb{R}$, maar het bereik is $[0,\to\rangle$, dus ook functie h voldoet aan voorwaarde 2.

1.6 Gemengde opdrachten

bladzijde 24

34a Volgens de stelling van Pythagoras geldt: $h^2+3^2=10^2$. Daaruit volgt $h^2+9=100$ dus $h^2=91$ en $h=\sqrt{91}$

b Op dezelfde manier als in opdracht 34a volgt er uit de stelling van Pythagoras dat $h^2+x^2=100$ of ook $h^2=100-x^2$. Hieruit volgt dat $h=\sqrt{100-x^2}$

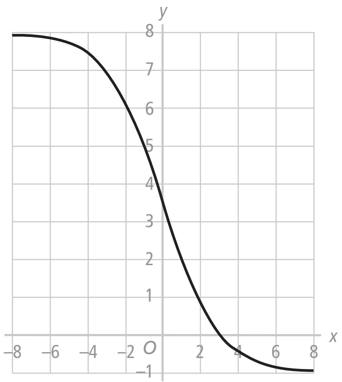
c Alleen zinvol zijn waarden uit het interval $[0,\ 10]$

d Het bereik van h is het interval $[0,\ 10]$

e Als je voor x het getal $2\frac{1}{2}$ invult in het functievoorschrift van opdracht 34b dan vind je de maximale hoogte van de bovenkant van de ladder:
$h(2,5)=\sqrt{100-2,5^2}=\sqrt{93,75}\approx 9,68$ meter.

35a Er is geen verticale asymptoot omdat voor de noemer van de breuk geldt, dat $2^x+1>1$ voor elke waarde van x.

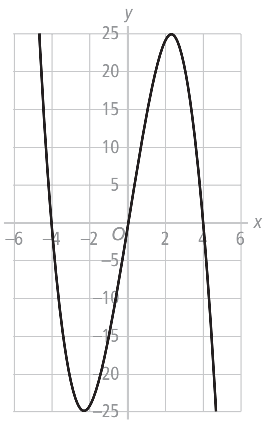
b



c De horizontale asymptoten zijn de lijnen $y = -1$ en $y = 8$.

d Het bereik van h is het interval $\langle -1,\ 8\rangle$.

36a



b De snijpunten met de x-as vind je door op te lossen $f(x) = 0$. Daaruit volgt dat $16x - x^3 = 0$ en dus $x(16 - x^2) = 0$. Dit geeft $x = 0$ of $x^2 = 16$. De drie snijpunten zijn dus $(-4, 0)$, $(0, 0)$ en $(4, 0)$.

c Dat zulke punten wel bestaan blijkt uit de berekening van de vorige opdracht 36b, want als $f(x) = 0$ dan is ook $g(x) = 0$.

d Voor de waarden van x waarvoor de grafiek van f boven de x-as ligt geldt $f(x) \geq 0$. Uit zulke functiewaarden kun je de wortel trekken, dus het domein van g valt samen met de oplossingen van de ongelijkheid $f(x) \geq 0$.

e Het bereik is het interval $[0, \rightarrow\rangle$.

bladzijde 25

37a De oppervlakte van het vierkant $ABCD$ is 100. De oppervlakte van de driehoeken PBQ en RDS is $(6 \times 6) : 2 = 18$ en de driehoeken APS en RQC hebben een oppervlakte van $(4 \times 4) : 2 = 8$.
Dus de oppervlakte van de gekleurde rechthoek is gelijk aan $100 - 2 \times 18 - 2 \times 8 = 48$.

b Op dezelfde manier als in opdracht a kun je de oppervlakte van de gekleurde rechthoek uitrekenen als $BP = x$. Voor de oppervlakte geldt dan:

$$f(x) = 100 - 2 \cdot \frac{x \cdot x}{2} - 2 \cdot \frac{(10 - x) \cdot (10 - x)}{2} = 100 - x^2 - (10 - x)^2$$

c $f(x) = 100 - x^2 - (100 - 20x + x^2) = 100 - x^2 - 100 + 20x - x^2 = 20x - 2x^2$

d Dan moet gelden $0 < x < 10$.

e $0 < f(x) \le 50$

f De grafiek van f is een bergparabool met als top het punt (5, 50), dus de maximale oppervlakte is gelijk aan 50 als $x = 5$.

38a Het randpunt is het punt met x-coördinaat -2 . Er geldt $f(-2) = -4 + 2 + 7\sqrt{0} = -2$, dus het randpunt is het punt $(-2,\ -2)$.

b Met de rekenmachine vind je het punt $(1{,}01;\ 13{,}12)$.

c Het bereik van f is het interval $\langle \leftarrow;\ 13{,}12]$.

d Er moet dan gelden, dat de uitdrukking onder het wortelteken de waarde nul heeft, dus dat $-4 + b = 0$. Daaruit volgt dat $b = 4$.

e Uit het gegeven leid je af dat $g(-4) = 0$, dus dat $-16 + a + 7\sqrt{-4+4} = 0$. Er volgt dat $a = 16$.

f Noem de bijbehorende functie h. Dan geldt dat $3 + b = 0$ en ook dat $h(12) = 0$. Uit deze gegevens volgt dat $b = -3$ en ook dat $-12^2 + a + 7\sqrt{12 + -3} = 0$. Deze vergelijking is te herleiden tot $-144 + a + 21 = 0$, dus $a = 123$.

ICT Domein en bereik

bladzijde 26

I-1a De functie bestaat niet als $x \le -5$, want voor die waarden van x is de uitdrukking onder het wortelteken een negatief getal of nul.

b De lijn $x = -5$ is de verticale asymptoot.

c Dan bestaat de functie niet voor de waarden van x met $x \le 1$.

d Alleen voor $x = -5$ bestaat de functie dan niet, want de noemer van de breuk mag geen nul zijn.

e Alle getallen uit het interval $\langle 0,\ \rightarrow \rangle$ kwamen als functiewaarde voor.

I-2a Als $-5 < x < 0$ dan is er geen functiewaarde. Uit de tabel blijkt dat de functiewaarden $f(-5)$ en $f(5)$ bestaan en ook $f(0)$ bestaat.

b Als je de waarden –5 en 5 invult in het functievoorschrift, dan krijg je $k(-5) = 0$, $k(5) = \sqrt{50}$ en $k(0) = 0$

bladzijde 27

I-3a Als je met de schuifbalk de waarde van a laat variëren, dan zie je dat er iets bijzonders aan de hand is bij $a = -2$, maar bij alle andere waarden van a is er een verticale asymptoot.

Voor $a = -2$ kun je het functievoorschrift vereenvoudigen op de voorwaarde dat $x + 2 \ne 0$, dus $x \ne -2$. Je krijgt dan $f(x) = \dfrac{(x+2)^2}{x+2} = x + 2$ ($x \ne -2$).

Deze (lineaire) functie heeft geen verticale asymptoot, maar wel een 'gaatje' in het punt $(-2{,}0)$.

b De grafiek van f heeft dan zowel de top $(-2,\ 0)$ als het dal $(2,\ 8)$.

Het bereik is $\langle \leftarrow,\ 0] \cup [8,\ \rightarrow \rangle$.

I-4a Het domein is $\mathbb{R}$ en het bereik is $\langle\leftarrow,\ 5]$, want de grafiek is een bergparabool met top $(0,\ 5)$.

b Het domein is het interval $\langle\leftarrow,\ -5]\cup[0,\ \rightarrow\rangle$, want de uitdrukking onder het wortelteken moet minstens nul zijn en dat klopt niet als $-5<x<0$. Het bereik is $[0,\rightarrow\rangle$

c Het domein zowel als het bereik is $\mathbb{R}$ met uitzondering van het getal 0 .

d Het domein is het interval $[-2,\ 2]$ en het bereik is het interval $[0,\ 2]$.

e Het domein is het interval $\langle -2,\ 2\rangle$ en het bereik is het interval $[\frac{1}{2},\ \rightarrow\rangle$

f Het domein is $\langle\leftarrow,0\rangle\cup\langle 0,1\rangle$ en het bereik $\langle\leftarrow,0\rangle\cup[2,6;\rightarrow\rangle$

I-5 $D(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2^x}$. Het domein is $[0,\rightarrow\rangle$ en het bereik is $[0;\ 0{,}52\rangle$

$E(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{x}}$. Het domein en het bereik zijn beide het interval $\langle 0,\rightarrow\rangle$.

$F(x)=2^x\cdot\dfrac{1}{x}$. Het domein is $\mathbb{R}$ behalve het getal 0 en het bereik is $\langle\leftarrow,0\rangle\cup\langle 1{,}88;\rightarrow\rangle$.

I-6a Er zijn geen waarden van a, waarvoor er negatieve functiewaarden zijn, dus het bereik is voor geen enkele waarde van a gelijk aan $\mathbb{R}$

b Als $a\geq 0$, dan is het domein $\mathbb{R}$, maar het bereik is niet gelijk aan $\mathbb{R}$.

c Wanneer $a<0$ dan is het bereik maar ook het domein niet gelijk aan $\mathbb{R}$.

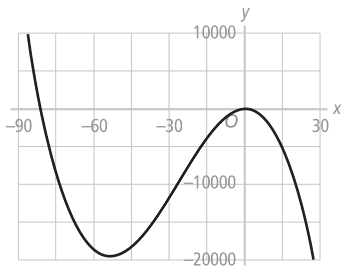
d Dat komt omdat de wortelvorm nooit een negatief getal als uitkomst kan hebben.

Test jezelf

bladzijde 30

T-1a Als vensterinstelling kun je bijvoorbeeld kiezen: x van –100 tot 50 en y van –20000 tot 10000

b



T-2a Functie f hoort bij de linker grafiek, functie g hoort bij de grafiek naast de linker grafiek, functie h hoort bij de grafiek naast de rechter grafiek en functie k hoort bij de rechter grafiek .

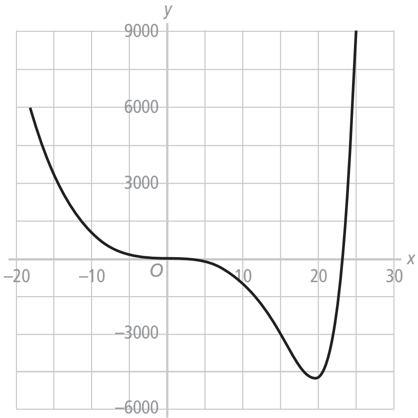
b A heeft de coördinaten $(0,3)$, B heeft de coördinaten $(0,4)$, C heeft de coördinaten $(4,0)$, D heeft de coördinaten $(0,1)$ en E heeft de coördinaten $(0,0)$.

c De linker grafiek heeft als horizontale asymptoot de x-as dus de vergelijking is $y=0$. De derde grafiek van links heeft ook als horizontale asymptoot de x-as.

T-3a $f(25)\approx 9623{,}17$, dus de grafiek komt heel ver boven de x-as als $x=25$, terwijl de plot de indruk wekt dat de functie op den duur steeds kleinere, negatieve functiewaarden bereikt.

b Er zijn twee snijpunten met de x-as. De x-coördinaten van die punten zijn –1,34 en 23,29.

c



T-4a Voor de x-coördinaat van het randpunt geldt $x+9=0$, dus $x=-9$. De y-coördinaat is $f(-9)=-3$, dus het randpunt is het punt $(-9,-3)$.

b Het snijpunt met de y-as is het punt $(0, 3)$. Het snijpunt met de x-as vind je door op te lossen $-3+2\sqrt{x+9}=0$. Daaruit volgt $2\sqrt{x+9}=3$, $\sqrt{x+9}=1\frac{1}{2}$, $x+9=2\frac{1}{4}$ en $x=-6\frac{3}{4}$. Het snijpunt met de x-as heeft dus de coördinaten $(-6\frac{3}{4},\ 0)$.

c De vensterinstelling is dan bijvoorbeeld: x van – 10 tot 10 en y van –4 tot 10.

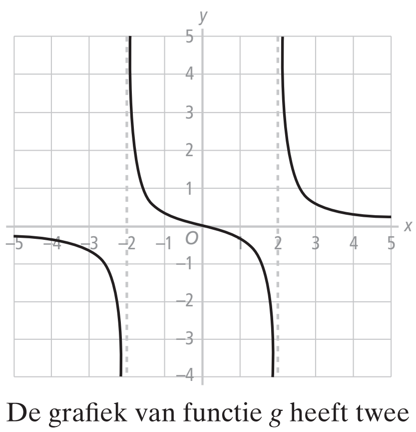
d Het domein van f is het interval $[-9, \rightarrow\rangle$ en het bereik is het interval $[-3, \rightarrow\rangle$.

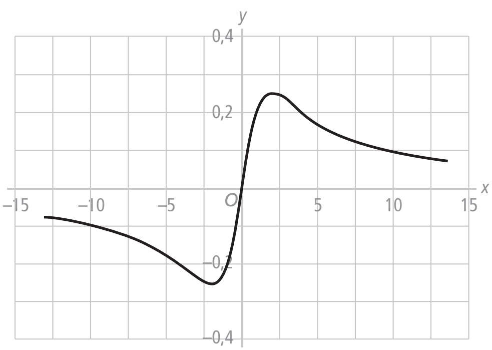
bladzijde 31

T-5a Het domein van g bevat alle getallen, behalve –2 en 2, want als je die getallen invult in het functievoorschrift van g dan wordt de noemer van de breuk nul. Dus $D_g = \langle\leftarrow, -2\rangle$ en $\langle -2,\ 2\rangle$ en $\langle 2, \rightarrow\rangle$
Het domein van functie h is $\mathbb{R}$, want de noemer van de breuk in het functievoorschrift van h is nooit gelijk aan nul.

b Voor functie g is een geschikte vensterinstelling: x van –5 tot 5 en y van –3 tot 3. Voor functie h is dat bijvoorbeeld: x van –15 tot 15 en y van $-0{,}25$ tot $0{,}25$.

c





De grafiek van functie g heeft twee verticale asymptoten $x=-2$ en $x=2$ en de horizontale asymptoot $y=0$. De grafiek van h heeft als horizontale asymptoot de x-as; er zijn geen verticale asymptoten.

T-6a Als $x = 2$ dan zijn de coördinaten van punt B $(2, 8)$ en de oppervlakte van vierhoek $OABC$ is dan gelijk aan $2 \times 8 = 16$. Als $x = 5$, dan geldt dat B de coördinaten $(5,5)$ heeft en de oppervlakte van vierhoek $OABC$ is dan gelijk aan $5 \times 5 = 25$.

b Punt B heeft in dat geval de coördinaten $(x, f(x)) = (x, -x^2 + 6x)$. De oppervlakte van vierhoek $OABC$ is dan gelijk aan $x(-x^2 + 6x) = -x^3 + 6x^2$.

c Omdat punt B boven de x-as moet liggen moet x gekozen worden tussen 0 en 6, dus $0 < x < 6$.

d De top van de parabool is het punt (3, 9), dus de functiewaarden die kunnen voorkomen liggen in het interval $\langle 0, 9]$.

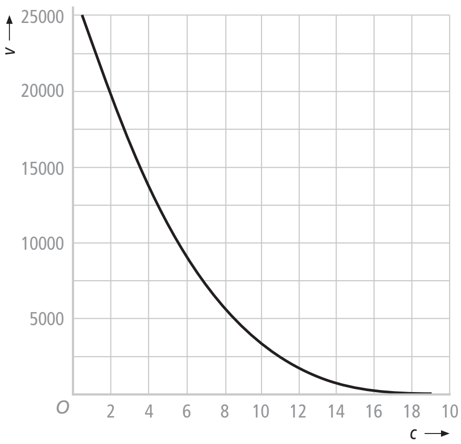
e De vensterinstelling is dan bijvoorbeeld x van 0 tot 6 en y van 0 tot 40.
De oppervlakte is maximaal als $x = 4$ en is dan gelijk aan 32.

T-7a $V(0) = 30^3 = 27000 \text{mm}^3$.

b Er moet gelden dat $30 - 1{,}5t > 0$ dus $1{,}5t < 30$ en $t < 20$. Dus kan t waarden aannemen uit het interval $\langle 0,\ 20 \rangle$.

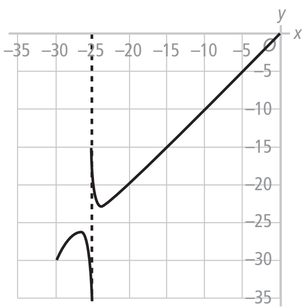
c De waarden van V komen uit het interval $\langle 0,\ 27000 \rangle$.

d



e Als je de lijn $V = 10000$, tegelijk met de grafiek van $V(t)$ plot, dan is het snijpunt van beide grafieken het punt $(5{,}64;\ 10000)$, dus na ongeveer 5,64 minuten is het volume kleiner dan $10\,000\ \text{mm}^3$.

T-8



De plot geeft geen goed beeld van de grafiek van f omdat de grafiek nog een verticale asymptoot heeft en in de buurt van die asymptoot, de lijn $x = -25$, ziet de grafiek er uit zoals hierboven weergegeven.