Hoofdstuk 7 - Kansverdelingen

bladzijde 174

V-1a Klas 2A: 25 leerlingen; klas 2B 30 leerlingen
b Het gemiddelde van klas 2A is 5,8; het gemiddelde van klas 2B is 5,7
c Klas 2A heeft het hoogste gemiddelde.

V-2a 2 leerlingen uit klas 2A hebben een 4 dat is dus $\frac{2}{25} \cdot 100 = 8\%$
b 7 leerlingen uit klas 2A hebben een 5 dat is dus $\frac{7}{25} \cdot 100 = 28\%$
8 leerlingen uit klas 2B hebben een 5 dat is dus $\frac{8}{30} \cdot 100 = 26,7\%$
Procentueel is dat dus niet het geval.
c

cijfer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2A	0%	0%	4%	8%	28%	36%	12%	12%	0%	0%
2B	0%	3,3%	3,3%	10%	26,7%	33,3%	13,3%	6,7%	3,3%	0%

In klas 2B komen de cijfers 2, 4, 7 en 9 relatief vaker voor dan in klas 2A.

V-3a Absoluut.
b Het gemiddelde aantal vakanties is 1,35.
c ‘Vaker dan het gemiddelde’ is gelijk aan ‘minstens twee keer’.
Dat is $\frac{13}{50} \cdot 100 = 26\%$

bladzijde 175

V-4a De groei in de periode 1980-1988:

	absoluut	*relatief*
Europa	60	25,86%
Afrika	8	100%
Azië	66	69,47%
Noord-Amerika	48	28,92%
Midden- en Zuid-Amerika	25	64,10%
Oceanië	4	57,14%
Wereld	210	38,39%

In Azië was de groei absoluut gezien het grootst.
b In Afrika was de groei relatief gezien het grootst .
c In Afrika.
d $\frac{287}{317} \cdot 1000 = 905$ miljoen.

V-5a $2 + 3 = 5$
b

hoogstens eindcijfer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
frequentie	0	0	2	5	14	27	34	38	40	40

V-6a

cijfer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
relatieve somfrequentie (in %)	0	0	5	12,5	35	67,5	85	95	100	100

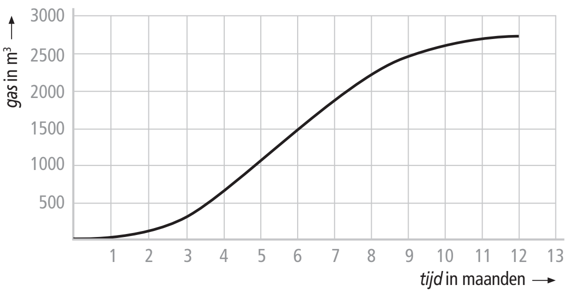
b 100%
c 100 – 35 = 65% van de leerlingen haalde een voldoende

V-7a

meterstand	verbruik afgelopen maand in m^3	totaal verbruik in m^3
1 aug 2730	-	-
1 sept 2757	27	27
1 okt 2838	81	108
1 nov 3027	189	287
1 dec 3351	324	621
1 jan 3756	405	1026
1 feb 4188	432	1458
1 mrt 4593	405	1863
1 apr 4944	351	2214
1 mei 5160	216	2430
1 jun 5295	135	2565
1 jul 5376	81	2646
1 aug 5430	54	2700

b Het gaat om het verbruik in de afgelopen maand.

c Lijngrafiek van de eerste en derde kolom ($t = 1$ hoort bij de maand augustus)



d In januari was het verbruik het hoogst: 432 m^3 gas.
Het gemiddelde over een jaar moet dus lager zijn dan 432 m^3.

e $\frac{2700}{12} = 225$ m^3 gas per maand gemiddeld

bladzijde 176

1a

cijfer	2	3	4	5	6	7	8	9	10
frequentie	1	0	2	4	10	5	2	0	1

b gemiddelde: $(2\times1+3\times0+4\times2+5\times4+6\times10+7\times5+8\times2+9\times0+10\times1)/25=6$

c gemiddelde: $2\times0{,}04+3\times0+4\times0{,}08+......+10\times0{,}04=6$

2a Het gemiddelde is
$58\times0{,}01+60\times0{,}10+61\times0{,}20+63\times0{,}15+64\times0.125+66\times0{,}10+69\times0{,}05=62{,}35\approx62$

b Kandidaten die beter scoren dan gemiddeld halen minstens 63 punten.
Dat zijn $(0{,}15+0{,}125+0{,}10+0{,}05)\times40=17$ kandidaten.

3a

klasse	0-40 sec	40-80 sec	80-120 sec	120-160 sec	160-200 sec	200-240 sec
frequentie	5	20	40	45	10	5

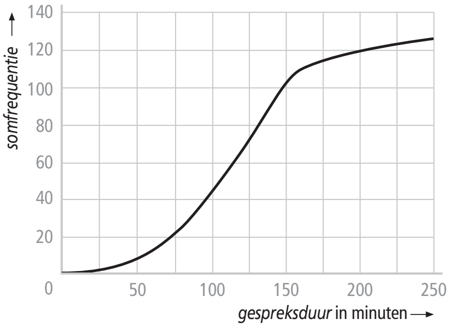
b gemiddelde $=(20\times5+60\times20+100\times40+140\times45+180\times10+220\times5)/125=116$
seconden.

c $\frac{(5+20+40)}{125}\times100=52\%$

d

gespreksduur g	0	40	80	120	160	200	240
somfrequentie	0	5	25	65	110	120	125

e



f $125-65=60$ gesprekken duurden langer dan 120 seconden.

4a 20%

b $65-40=25\%$

c $P_{50}=3200$ gram

d $P_{20}=2500$ gram

e $\dfrac{(100-95+5)}{100}\times 8428=843$ kinderen zijn zwaarder dan P_{95} of lichter dan P_5.

bladzijde 178

5a Het ‘gemiddelde geslacht’ heeft geen betekenis.

b Er zijn minder mannen dan vrouwen.

c Nee.

6a S kan de waarden 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 en 12 aannemen.

b Van de 36 mogelijke combinaties zijn 1+3, 3+1 en 2+2 gunstig, dus $P(S=4)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

c $P(S=2)$ betekent de kans dat de som van de ogen gelijk 2 is.
De enige gunstige combinatie is 1+1 dus $P(S=2)=\frac{1}{36}$.

d

Som *S*		Steen 1					
		1	2	3	4	5	6
Steen 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

s	2	3	4	5	6
$P(S=s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$	$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$	$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$

7	8	9	10	11	12
$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$	$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

e Meer uitkomsten zijn niet mogelijk.

f $P(S\geq 10)=P(S=10)+P(S=11)+P(S=12)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

bladzijde 179

7a ja, $P(V=0)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

b nee, $P(V=6)=0$

c

v	0	1	2	3	4	5
$P(V=v)$	$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	$\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$	$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$	$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$	$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$	$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

d als $V\geq 4$ dan is het verschil minstens 4 dus $P(V\geq 4)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

8a $0, 1, 2, 3, 4, 5$

b

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,22	0,41	0,27	0.08	0,01	0,0005

c 1, want meer mogelijke uitkomsten van de stochast zijn er niet.
De uitkomst klopt op afrondverschillen na.

9a

aantal eitjes	0	1	2	3	4	5
relatieve frequentie (%)	30,1	8,3	13,9	25	16,7	5,6

b $0, 1, 2, 3, 4, 5$

c $P(X=2)=\frac{5}{36}\approx 0{,}14$

d

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,31	0,08	0,14	0,25	0,17	0,06

10a De uitkomst van een stochast moet een getal zijn, dat afhangt van het toeval.

b De uitkomst van de stochast is nu wel een getal, en hangt af van het toeval.

c $P(G=0)\approx 0{,}5$

d Wel een stochast zijn: huisnummer; telefoonnummer; lichaamslengte; schoenmaat.
Geen stochast zijn: naam; adres; oogkleur; lievelingsvak.

bladzijde 180

11a $90+158+267+\dots\dots+68=3000$

b

X	2	3	4	5	6
relatieve frequentie	0,03	0,0527	0,089	0,1057	0,137

7	8	9	10	11	12
0,1737	0,143	0,1133	0,077	0,056	0,0227

c $P(X=5)=\frac{4}{36}\approx 0{,}1111$

d

x	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0,0278	0,0556	0,0833	0,1111	0,1389

7	8	9	10	11	12
0,1667	0,1389	0,114	0,0833	0,0556	0,0278

e Voor $X=4$ is het verschil het grootst.

12a $6\times 6=36$

b $1, 2, 3, 4, 5, 6$

c Gunstige gebeurtenissen: 1 + 4 ; 2 + 4 ; 3 + 4 ; 4 + 4 ; 4 + 1 ; 4 + 2 ; 4 + 3
dus $P(X=4)=\frac{7}{36}$

d

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

Klopt! De som van de kansen is 1 want 1+3+5+7+9+11=36.

e

y	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

Klopt weer.

f

v	0	1	2	3	4	5
$P(V=v)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

bladzijde 181

13

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{5}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

Teken zonodig een faculteitsboom.

14a $P(A=3)=2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=0{,}25$

$P(A=4)=2\cdot 3\cdot P(\text{w w v w})=6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=0{,}375$ immers er zijn 2 teams die kunnen winnen en er zijn 3 rangschikkingen voor w w v mogelijk.

b

a	3	4	5
$P(A=a)$	0,25	0,375	0,375

15a 18% kocht één ontbijtbord.

x	1	2	3	4	6
$P(X=x)$	0,18	0,2	0,07	0,35	0,20

b 95% kocht géén ontbijtbord(en) dus 5% kocht één of meerdere ontbijtborden.
Dit geeft bijvoorbeeld: $P(Y=3)=0{,}07\times 0{,}05=0{,}0035$

y	0	1	2	3	4	6
$P(Y=y)$	0.95	0,009	0,01	0,0035	0,0175	0,01

bladzijde 182

16a $P(U=u)=P(X=x)$

X	u	$P(U=u)$
0	0	0,0625
1	0,10	0,25
2	0,20	0,375
3	0,40	0,25
4	0,80	0,0625

b $0\times 0{,}0625+0{,}10\times 0{,}25+0{,}20\times 0{,}375+0{,}40\times 0{,}25+0{,}80\times 0{,}0625=\ 0{,}25$

Karel mag $10\times 0{,}25=2{,}50$ euro uitbetaling verwachten.

c Dit spel geeft noch winst noch verlies omdat de inzet gelijk is aan de gemiddelde uitbetaling.

17a

x	€ 50	€ 10	€ 2	€ 0
$P(X=x)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{63}{100}$

x	€ 48	€ 8	€ 0	– € 2
$P(W=w)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{6}{100}$	$\frac{30}{100}$	$\frac{63}{100}$

b $E(W) = 48 \times \frac{1}{100} + 8 \times \frac{6}{100} + 0 \times \frac{30}{100} - 2 \times \frac{63}{100} = -\ \ 0{,}30$

c Nee, want gemiddeld verlies je € 0,30 per spel.

bladzijde 183

18a $E(R) = E(B) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{21}{6} = 3{,}5$

b Laatste rij $R + B$: 7 ; 9 ; 10 ; 8 ; 8 ; 3 ; 8 ; 8 ; 5 ; 6

c Gemiddelde van R is 4,1

Gemiddelde van B is 3,1

d Gemiddelde van $R + B$ is 7,2

e 4,1 + 3,1 = 7,2 klopt! Somregel voor stochasten: $\mathrm{E}(R + B) = \mathrm{E}(R) + \mathrm{E}(B)$.

19a

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + ... = 3{,}5$

b

s	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(s = s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$E(S) = 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{2}{6} + 4 \times \frac{3}{6} + ... = 7$

c 3,5 + 3,5 = 7

d 3 dobbelstenen gooien: $E(S) = 3 \times 3{,}5 = 10{,}5$; n dobbelstenen gooien:

$E(S) = n \times 3{,}5 = 3{,}5n$

20a 60% van alle cliënten zakt de eerste keer en 30% van alle cliënten slaagt de tweede keer.

Dus de kans om op het tweede examen te slagen is 50%.

b $E(\text{aantal examens}) = 1 \times 0{,}4 + 2 \times 0{,}3 + 3 \times 0{,}1 + 4 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}1 = 2{,}2$

c $E(\text{kosten}) = 1200 \times 0{,}4 + 1700 \times 0{,}3 + 2000 \times 0{,}1 + 2200 \times 0{,}1 + 2400 \times 0{,}1 = \ \ 1650$

bladzijde 184

21a $P(X = 2) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ en $P(X = 3) = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$; $\mathrm{E}(X) = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

b $P(X = 2) = 0{,}70 \times 0{,}70 + 0{,}30 \times 0{,}30 = 0{,}58$

dus $P(X = 3) = 1 - P(X = 2) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42$ (complementregel)

$E(X) = 2 \times 0{,}58 + 3 \times 0{,}42 = 2{,}42$ set .

c

x	2	3
$P(X = x)$	0,82	0,18

$E(X) = 2 \times 0{,}82 + 3 \times 0{,}18 = 2{,}18$ set

d Bij 50% heeft een wedstrijd gemiddeld een maximale lengte.

Bij 100% heeft een wedstrijd gemiddeld een minimale lengte.

bladzijde 185

22a $P(X = 2) = p^2 + (1 - p)^2 = p^2 + 1 - 2p + p^2 = 2p^2 - 2p + 1$; $P(X = 3) = 2p - 2p^2$

b $P(X = 2) + P(X = 3) = 2p^2 - 2p + 1 + 2p - 2p^2 = 1$

c $E(X) = 2 \cdot (2p^2 - 2p + 1) + 3 \cdot (2p - p^2) = -2p^2 + 2p + 2$

d $Y1 = -2X^2 + 2x + 2$
vensterinstelling: $X\,\text{min} = 0$; $X\,\text{max} = 1$; $Y\,\text{min} = 0$; $Y\,\text{max} = 3$
maximum geeft: $p = 0,5$
e Dan zijn de spelers aan elkaar gewaagd.

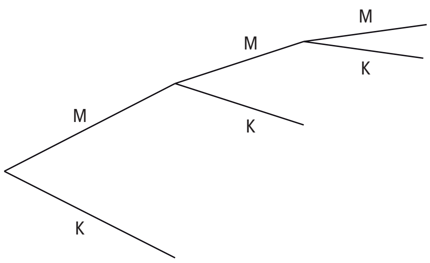
23 $2\frac{1}{2}$ keer een half uur, dus één uur en 15 minuten.

24a Het maximale aantal sets is 5 want als het 2 - 2 staat geeft de volgende set de beslissing van de wedstrijd.
b Mogelijke wedstrijdverlopen (C betekent dat C wint en D betekent dat D wint):
drie sets: CCC en DDD.
vier sets: CCDC; CDCC; DCCC; DDCD; DCDD en CDDD.
vijf sets: CCDDC; CDCDC; DCCDC; CDDCC; DCDCC; DDCCC;
DDCCD; DCDCD; CDDCD; DCCDD; CDCDD en CCDDD.
c $P(Y=3) = 2 \times 0,5^3 = 0,25$; $P(Y=4) = 6 \times 0,5^4 = 0,375$; $P(Y=5) = 12 \times 0,5^5 = 0,375$
d $E(Y) = 3 \times 0,5 + 4 \times 0,375 + 5 \times 0,375 = 4,125$ set
e $\frac{1}{2} \times 4,125 \approx 2$ uur en 4 minuten

25a Kans op drie sets: $\frac{44}{89} \approx 0,49$
Kans op vier sets: $\frac{21}{89} \approx 0,24$
Kans op vijf sets: $\frac{24}{89} \approx 0,27$
Dit komt niet overeen met de resultaten van opdracht 24c immers de kans op drie sets is beduidend groter.
b Mogelijk spelen psychologische factoren een grote rol.
c De periode waarin het hele toernooi gespeeld moet worden is meestal beperkt. Men zal het vaak grote aantal te spelen wedstrijden zo goed mogelijk moeten verdelen over de beschikbare tijd.

bladzijde 186

26a



Mogelijke volgorden: K; MK; MMK en MMM
met respectievelijke winst € 10,- ; € 10,- ; € 10,- en $-$ € 70,-.
b Als Gerrit wint dan wint hij € 10 want
$2 \times 10 - 10 = 10$ en $2 \times 20 - 30 = 10$ en $2 \times 40 - 70 = 10$
De kans om € 70 te verliezen is $(\frac{1}{2})^3 = 0,125$
c $E(W) = 0,875 \times 10 - 0,125 \times 70 = 0$
d

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

$E(X) = 1,375$
e Nee want het is een eerlijk spel (de winstverwachting is 0).

27a

x	2	3	4
$P(X=x)$	$0,3\times 0,8=0,24$	$0,5\times 0,7=0,35$	$0,2\times 0,6=0,12$

$E(X)=2\times 0,24+3\times 0,35+4\times 0,12=2,01$

Uit 1000 nesten komen dus naar verwachting 2010 volwassen vogels.

b

x	1	2	3
$P(X=x)$	$0,3\times 0,9=0,27$	$0,5\times 0,8=0,4$	$0,2\times 0,7=0,14$

$E(X)=1\times 0,27+2\times 0,4+3\times 0,14=1,49$

Uit 1000 nesten komen dus naar verwachting 1490 volwassen vogels.

c

x	2	3
$P(X=x)$	$0,3\times 0,8=0,24$	$(0,5+0,2)\times 0,7=0,49$

$E(X)=2\times 0,24+3\times 0,49=1,95$

Uit 1000 nesten komen dus naar verwachting 1950 volwassen vogels.

28a $P(X=1)=\frac{1}{6}$

$P(X=2)=\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{36}$

$P(X=3)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{25}{216}$

$P(X=4)=(\frac{5}{6})^3\cdot\frac{1}{6}=\frac{125}{1296}$

b X kan alle gehele waarden aannemen: $X=1, 2, 3, 4,$ ....

Je kunt dus geen tabel maken want die moet dan oneindig lang worden.

c $P(X=x)=\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1}\cdot\frac{1}{6}$

d $\sum_{x=1}^{8}P(X=x)=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^{8}\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}-1}\approx 0,7674$

e Bereken eerst maar eens $P(X\le 1000)$, de som van de eerste 1000 kansen van de kansverdeling van X.

$$\sum_{x=1}^{1000}P(X=x)=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^{1000}\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}-1}\approx\frac{0\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}{-\frac{1}{6}}=1$$

Als je nu 1000 vervangt door oneindig (∞) dan krijg je:

$$\sum_{x=1}^{\infty}P(X=x)=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^{\infty}\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}-1}=\frac{0\cdot\frac{1}{6}-\frac{1}{6}}{-\frac{1}{6}}=1$$

29a

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$0,95^3$	$0,95^2\times 0,05\times 3$	$0,95\times 0,05^2\times 3$	$0,05^3$

b $(0,95^2\times 0,05\times 3+0,95\times 0,05^2\times 3+0,05^3)=0,14$ dus 14%.

c Bijvoorbeeld: $P(Y=1)=\dfrac{0,95^2\times 0,05\times 3}{0,95^2\times 0,05\times 3+0,95\times 0,05^2\times 3+0,05^3}\approx 0,95$

y	1	2	3
$P(Y=y)$	0,95	0,05	0,01

d $300\times$ € 0,02 = € 6,-

e 5% is defect dus 95% is goed

$300\times 95/100=285$ dit zijn $285/3=95$ apparaten.

f € 6 voor 95 apparaten dus $6/95=$ € 0,063158 per apparaat.

g Gemiddeld kost het $0,33\times\ 1\times 0,95+0,33\times 2\times 0,05+0,33\times 3\times 0,01=$ € 0,3564 om een defect apparaat te repareren.

Vijf van de honderd apparaten zijn defect dus het kost $5\times 0,3564/100=$ € 0,01782 gemiddeld per apparaat.

h Een defect apparaat repareren is dus het voordeligst.

bladzijde 188

I-1a -

b

x	2	3	4	5	6
rel.freq.	0,0278	0,0556	0,0833	0,1111	0,1389

7	8	9	10	11	12
0,1667	0,1389	0,1111	0,0833	0,0556	0,0278

De relatieve frequenties kunnen van simulatie tot simulatie verschillen.

c Er zijn vier gunstige mogelijkheden van de 36: 1 + 4, 4 + 1, 2 + 3 en 3 + 2.
Dus $P(X=5)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

d

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

De uitkomst waarbij het verschil tussen de experimentele kans en theoretische kans het grootst is kan van simulatie tot simulatie verschillen.

I-2a $6\times6=36$

b $1, 2, 3, 4, 5, 6$

c Gunstige gebeurtenissen: (1, 4) ; (2, 4) ; (3, 4) ; (4, 4) ; (4, 1) ; (4, 2) en (4,3).
Dus $P(X=4)=\frac{7}{36}\approx0{,}1944$

d

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

$1+3+5+7+9+11=36$

e

y	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y)$	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

Ook 1

f

v	0	1	2	3	4	5
$P(V=v)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

bladzijde 189

I-3

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{5}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

I-4a $\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times6\approx0{,}514$

b

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\approx0{,}029$	$\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times4\approx0{,}343$	0,514	$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{4}\times4\approx0{,}114$

c

y	1	2
$P(Y=y)$	$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{4}\approx0{,}1143$	$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times6\approx0{,}5143$

3	4
$\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times4\approx0{,}3429$	$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\approx0{,}0286$

I-5a -

b Het percentage kogeltjes dat in die rij valt.

c De kans om in de middelste rij te belanden is groter dan de kans om te belanden in een rij links of rechts van het midden.

d De theoretische percentages.

e $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 0{,}000977$

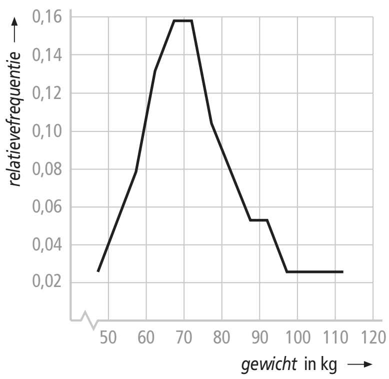
f $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times 10 = 0{,}00977$

bladzijde 192

T-1a

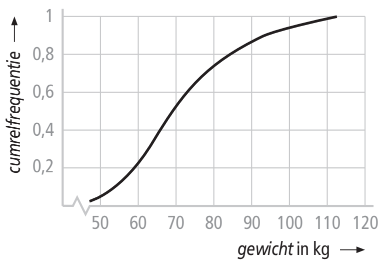
gewichtsklasse	*rel.freq.*	*cum.rel.freq.*
45-50	0,026	0,026
50-55	0,053	0,079
55-60	0,079	0,158
60-65	0,132	0,290
65-70	0,158	0,448
70-75	0,158	0,606
75-80	0,105	0,711
80-85	0,079	0,790
85-90	0,053	0,843
90-95	0,053	0,896
95-100	0,026	0,922
100-105	0,026	0,948
105-110	0,026	0,974
110-115	0,026	1,000

b



c Het gemiddelde gewicht is 72 kilogram.

d Zie de tabel bij opdracht a.



e De kans dat een willekeurige vrouw minder weegt dan 95 kg is 0,896.
Dus de kans dat een willekeurige vrouw meer dan 95 kg weegt is $1 - 0{,}896 = 0{,}104$

T-2a $0, 1, 2, 3, 4$

b $P(X=0)=\frac{28}{32}\times\frac{27}{31}\times\frac{26}{30}\times\frac{25}{29}\times\frac{24}{28}\times\frac{23}{27}\times\frac{22}{26}\times\frac{21}{25}\approx 0,295$

Dit is de kans dat Joost géén boer krijgt.

T-3a $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

b Bijvoorbeeld: $P(X=2)=(\frac{5}{6})^4\times(\frac{1}{6})^2\times\binom{6}{2}\approx 0,201$

x	0	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	0,335	0,402	0,201	0,054	0,008	0,0006	0,00002

c De kans op € 3,- bij twee keer spelen is:

$P(X=0)\cdot P(X=3)+P(X=1)\cdot P(X=2)+P(X=2)\cdot P(X=1)=0,1797$

bladzijde 193

T-4a

r	1	2	3	4	5	6
$P(R=r)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$E(R)=(1+2+3+4+5+6)\times\frac{1}{6}=\frac{21}{36}=3,5$

s	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(S=s)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$E(S)=2\cdot E(R)=2\times 3,5=7$

m	1	2	3	4	5	6
$P(M=m)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{11}{6}$

$E(M)=\frac{161}{36}\approx 4,47$

w	0	10
$P(W=w)$	$\frac{21}{36}$	$\frac{15}{36}$

$E(W)=\frac{150}{36}=4,17$

b $E(S)=2\cdot E(R)$ de somregel voor stochasten

c Werpen met zes dobbelstenen: X is het totaal aantal ogen.

$E(X)=6\cdot E(R)=6\times 3,5=21$

T-5a $R>B$ komt even vaak voor als $R<B$.

Afgezien van de kleur zijn de dobbelstenen gelijk.

b

uitbetaling	0	3	4	5	6	7	8	9	10	11
kans	$\frac{21}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$

c $E(\text{uitbetaling})=\frac{105}{36}\approx 2,92\approx 3$

Dus de inzet moet 3 + 1 = 4 fiches zijn.

T-6a Dat verschil is minstens 0 en hoogstens $\frac{100(3,5-1)}{100}=\frac{100(6-3,5)}{100}=2,5$

b E(som van de ogen met twee dobbelstenen) = $2\times 3,5=7$

c E(som van de ogen met zes dobbelstenen) = $6\times 2,5=21$

d E(gemiddelde aantal ogen) = 3,5