Hoofdstuk 1 - Functies en de rekenmachine

bladzijde 12

V-1a Bij A hoort een kwadratisch verband, want de toename van de toename is steeds 4.
Bij B hoort een lineair verband, de toename is steeds 5.
Bij C hoort een omgekeerd evenredig verband, het product van de getallen die boven elkaar staan in de tabel is steeds 6.
Bij D hoort een exponentieel verband, want de getallen in de onderste rij van de tabel worden steeds met 4 vermenigvuldigd.

b A: $x = \sqrt{16}$ of $x = -\sqrt{16}$
B: $g(x) = 5x + 4$
C: $h)x) = \frac{6}{x}$
D: $k(x) = 0,75 \cdot 4^x$

V-2a

x	–2	–1	0	1	2	3
y	16	10	8	10	16	26

b $g(x) = -2x + 7$

c Het hellingsgetal is $\frac{-6}{6} = -1$. De formule is $y = -x + 14$

bladzijde 13

V-3a Als $x = 2$ dan is $y = 6$ en als $x = -2$ dan is $y = -6$

b

x	–2	–1	–0,5	0	0,5	1	2	3
y	–6	–12	–24	-	24	12	6	4

c Als x steeds groter wordt dan nadert y naar nul.

d $f(x) = \frac{12}{x}$

V-4a Als $x + 4 = 0$ dus $x = -4$

b $h = 0$ is de kleinst mogelijke uitkomst.

c Bij m: Als $x - 4 = 0$ is $x = 4$, dus 4 is de kleinste waarde voor x.
$m = 0$ is de kleinst mogelijke uitkomst.
Bij p: Als $3x + 6 = 0$ is $x = -2$, dus –2 is de kleinste waarde voor x.
$p = 0$ is de kleinst mogelijke uitkomst.

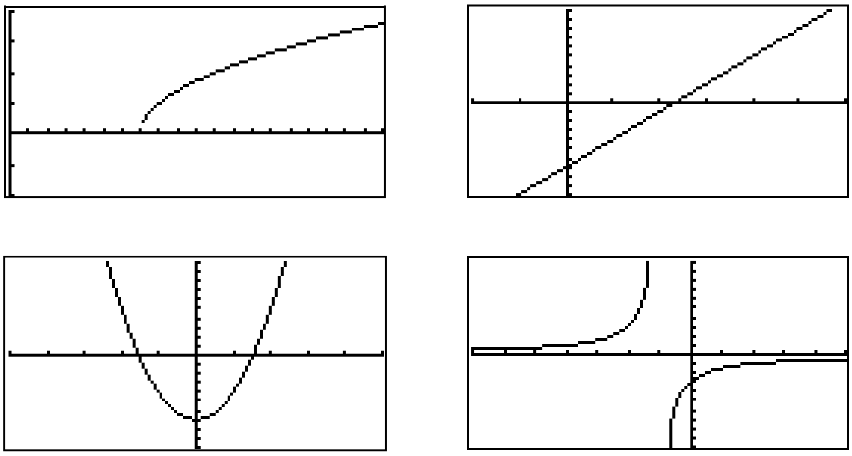
V-5a Een negatief getal tot de vijde macht levert een negatieve uitkomst.

b Een negatief getal tot de vierde macht levert een positieve uitkomst.

V-6a $a(8) = \sqrt{1} = 1$, $b(8) = 3 \cdot 8 - 7 = 17$, $c(8) = 3 \cdot 8^2 - 7 = 185$, $d(8) = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$

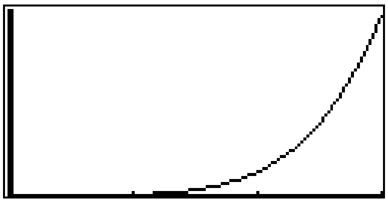
b *a:* geen uitkomst mogelijk voor x kleiner dan 7
b: alle waarden van x geven een uitkomst
c: alle waarden van x geven een uitkomst
d: geen uitkomst mogelijk voor $x = -1$

c



V-7a $t = 2$ levert $h = 12{,}8$ dus 12 meter en 80 centimeter hoog.

b



c Dan is $h = 1000$

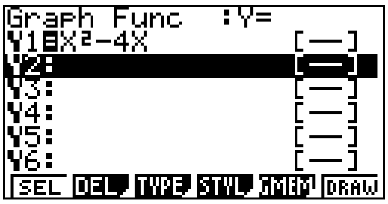
Maak een tabel:

t	4	5	4,7	4,8
h	409,6	1250	917	1019

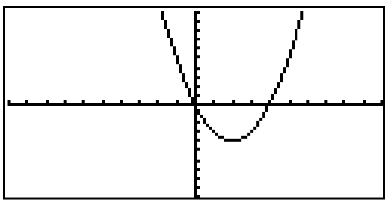
Dus na (bijna) 4,8 seconden is de vuurpijl een kilometer hoog.

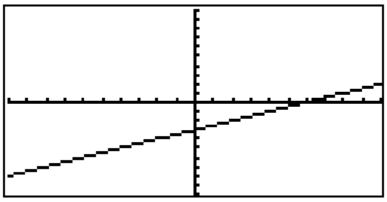
bladzijde 14

1a



b

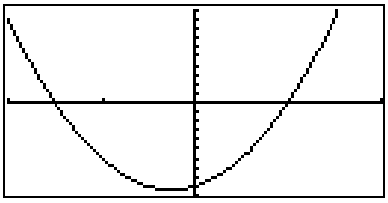


2a 

b De *y*-waarden liggen tussen –10 en 4

3a Het beste beeld krijg je als *x* ligt tussen –2 en 2

b Top (–0,25; –9,375)
Snijpunten met de *x*-as (–1,5; 0) en (1, 0)
Snijpunt met de *y*-as (0, –9)

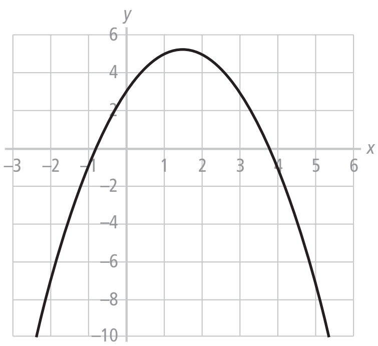


c De grafiek lijkt bij deze instellingen door de oorsprong te gaan.

bladzijde 15

4a

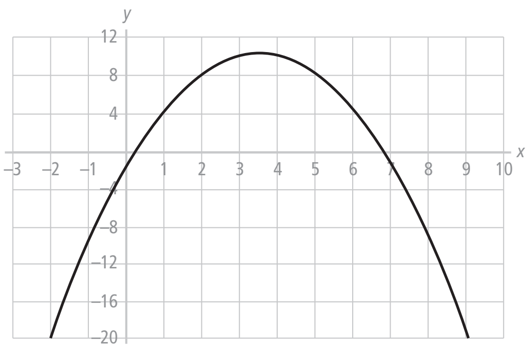
t	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
y	–7	–1	3	5	5	3	–1	–7	–15

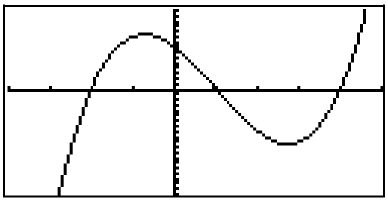
b 

c Top (1,5: 5,25

5a

x	–2	0	2	4	6	8	10
y	–19	–1	9	11	5	–9	–31

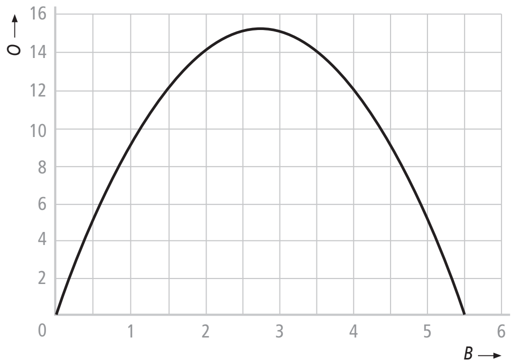
b 

6ab 

7a $2 \cdot 7 = 14$ dus 14 m^2

b Als $B = 3$ dan is er 5 meter over.
$3 \cdot 5 = 15$ dus oppervlakte 15 m^2

c



d De top is (2,75; 15,125)
De grootst mogelijke oppervlakte is 15,125 m^2

bladzijde 16

8a

x	–30	–20	–10	0	10	20	30
f(x)	0,833	0,75	0,5	*	1,5	1,25	1,167

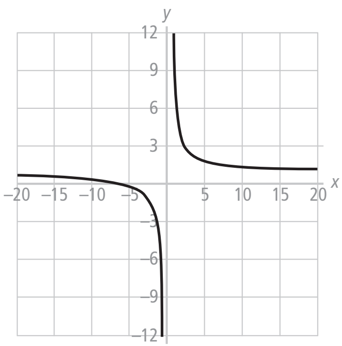
b Omdat $\frac{5}{0}$ zinloos is heeft $f(0)$ geen betekenis.

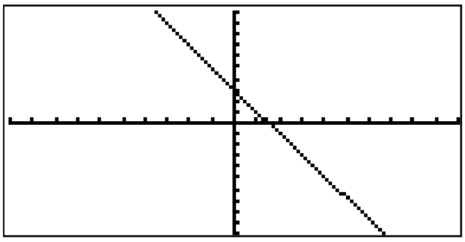
c $f(0{,}0001) = 50001$ en $f(-0{,}0001) = -49999$

d In de buurt van $x = 0$ loopt de grafiek steeds meer verticaal.

e Als x steeds groter wordt, loopt de grafiek steeds meer horizontaal.

f



9a 

De grafiek ziet er nu uit als een rechte lijn, terwijl *f* een tweedegraads functie is. De grafiek van *f* moet dan een parabool zijn.

b

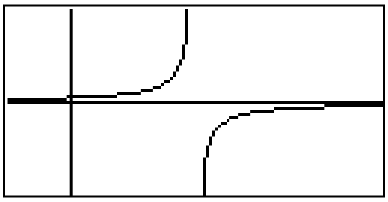
x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
f(x)	3	–16	–33	–48	–61	–72	—81	–88	–93	–96	–97	–96

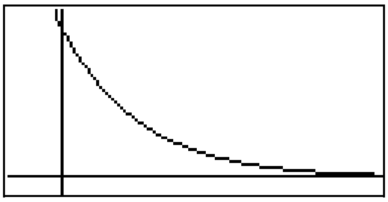
De top ligt dus bij $x = 100$

c Bijvoorbeeld: *X* van –50 tot 250 en *Y* van –100 tot 50

10a De bijbehorende standaardfunctie is $f(x) = x^2$, de grafiek is een (dal)parabool.

b De bijbehorende standaardfunctie is $f(x) = \frac{1}{x}$, de grafiek is een hyperbool.

11a 

b 

12a

Grafiek	A	B	C	D
Functievoorschrift	*h*	*g*	*f*	*k*

b A: grafiek van een wortelfunctie

B: grafiek van een exponentiele functie

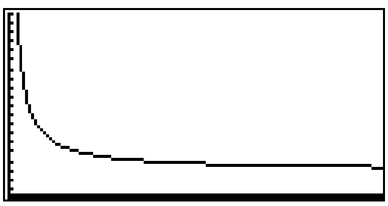
C: rechte lijn

D: hyperbool

c *P* (0, 4), *Q* (0, 5), *R* (–4, 0) en *S* (0, 2)

13a *GK* is een gebroken functie, dus de grafiek is een hyperbool.

b Neem *Y* van 0 tot 20



c Als er veel wordt geproduceerd, naderen de gemiddelde kosten volgens de formule naar een bedrag van 3 euro. Bij weinig productie zijn de gemiddelde kosten hoog.

d Dat lijkt wel in overeenstemming met de werkelijkheid.

bladzijde 18

14a De derde plot geeft het beste beeld.
b De maximale *y*-waarde moet lager worden.
c Neem *y* maximaal 5

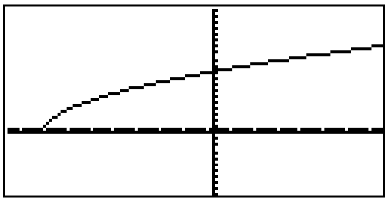
15a Zowel de tijd (*X*) als de hoogte (*Y*) kunnen nooit onder de waarde nul komen.
b De steen komt aan de plot te zien ongeveer 50 meter hoog.
c Aan de plot te zien komt de steen na ongeveer vier seconden op de grond.
d Neem *X* van 0 tot 5 en *Y* van 0 tot 50.

bladzijde 19

16a Neem *X* van –15 tot 15 en *Y* van –150 tot 50.
b Neem *X* van –4 tot 5 en *Y* van –10 tot 50.
c Neem *X* van –6 tot 2 en *Y* van –15 tot 15.

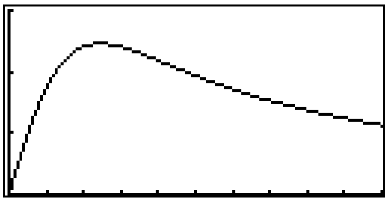
17 Neem *X* van 0 tot 20 en *Y* van 0 tot 1000

18a Het randpunt is (–50, 0) en de grafiek zal stijgen.



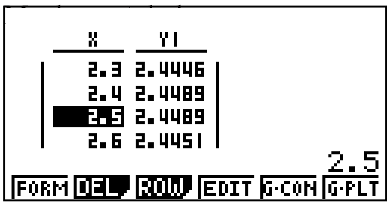
b Neem *X* van –60 tot 50 en *Y* van –10 tot 20.

19a



t loopt van 0 tot 10 en *C* van 0 tot 3

b



Dan is *C* maximaal 2,4 mg/liter.

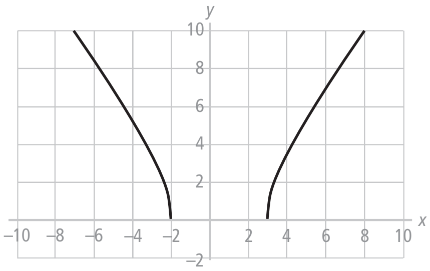
20 Je kent hier de vorm van de standaardgrafiek, een hyperbool. De verticale asymptoot is $x = -25$ en de horizontale $y = 1000$. Deze gebruik je om de goede instellingen te vinden.
Bijvoorbeeld: *X* van –30 tot 20 en *Y* van 900 tot 1100.

bladzijde 20

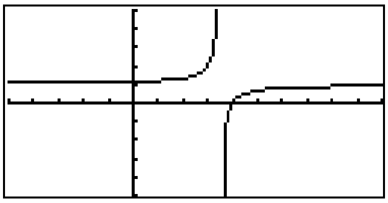
21a $f(-2)=\sqrt{2\cdot(-2)^2-2\cdot(-2)-12)}=0$ en $f(3)=\sqrt{2\cdot3^2-2\cdot3-12)}=0$
De grafiek heeft dus twee randpunten op de x-as.

b Als x tussen –2 en 3 ligt, dan is de uitkomst van $2x^2-2x-12$ kleiner dan nul.
De wortel daarvan bestaat niet.

c

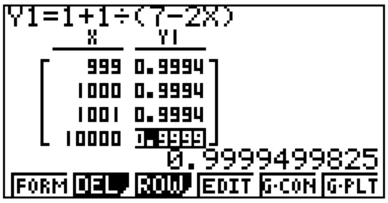


22a



Er is een sprong in de grafiek als $x=3{,}5$

b Maak een tabel:



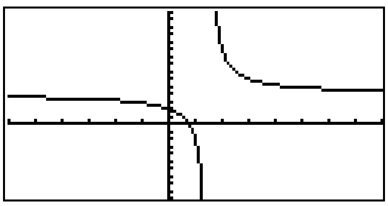
Voor grote positieve waarden van x komt $g(x)$ steeds dichter bij 1.

bladzijde 21

23 Randpunt als $\sqrt{3x+6}=0$. Dan is $3x+6=0$ ofwel $x=-2$
$g(-2)=-4$ dus randpunt (–2, –4)

24 Randpunt als $8p-20=0$. Dan is $8p=20$ dus $p=\frac{20}{8}=2{,}5$
Het randpunt is dan (–2,5; 19)

25a



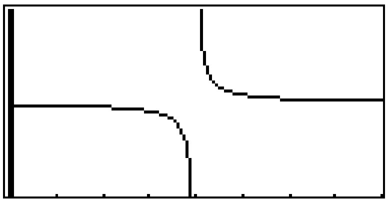
b Verticale asymptoot als $2x-3=0$ ofwel als $x=1{,}5$.

c Met een tabel kun je, door voor x grote waarden te nemen, vinden dat de horizontale asymptoot $y = 4$ is. Dit zie je aan het functievoorschrift door in te zien dat de breuk $\frac{6}{2x-3}$ voor grote waarden van x steeds dichter bij nul komt.

26a Verticale asymptoot als $85t - 340 = 0$ ofwel $85t = 340$ dus $t = \frac{340}{85} = 4$

b Horizontale asymptoot $N = 2000$

c



27a 2000 m^2 dan is $A = 2$

Dan is $P = 13 + \frac{12}{2} = 19$ dus 19 euro per m^2 per jaar.

b $2000 \times 19 = 38000$ dus de totale kosten zijn dan 38 000 euro per jaar.

c Als $A = 30$ dan is $P = 13{,}4$

Als de waarde van A steeds groter wordt, komt de uitkomst P steeds dichter bij 13.

d $P = 13$

e De prijs per m^2 per jaar wordt bij grote vloeroppervlakte 13. Maar onder dit bedrag kom je nooit!

f Bij een kleine waarde voor A wordt P erg groot.

28 Randpunt bij de grafiek van g als $2p - 1 = 0$ dus $p = 0{,}5$. $g(0{,}5) = 0$ dus randpunt (0,5; 0)

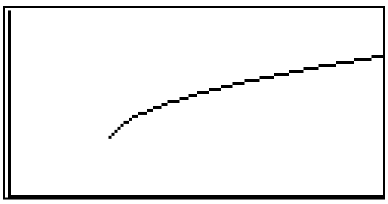
Horizontale asymptoot bij de grafiek van h. Met een tabel vind je voor grote waarden van t dat de uitkomst steeds dichter bij 0 komt, dus: $y = 0$

Verticale asymptoot bij de grafiek van f als $x - 2 = 0$ ofwel $x = 2$

Horizontale asymptoot $y = 2$ bij de grafiek van f.

bladzijde 22

29a

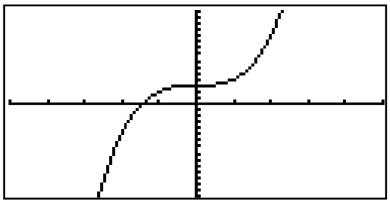


b f is een wortelfunctie. Dan kan $x - 4$ niet onder nul komen, dus x mag niet kleiner zijn dan 4.

c Het randpunt is (4, 2). Je ziet aan de plot dat de grafiek stijgt. Mogelijke functiewaarden zijn dan 2 en groter.

30a De grafiek heeft een randpunt (2, 5) en de grafiek daalt.

Domein $x \leq 2$, bereik $y \leq 5$

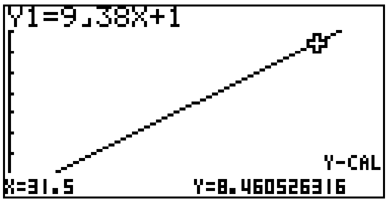
b 

Domein $\mathbb{R}$, bereik $\mathbb{R}$

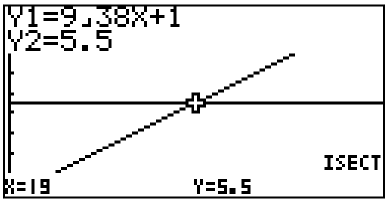
c De grafiek is een dalparabool met top $(-2{,}5 ; -0{,}25)$
Domein $\mathbb{R}$, bereik $y \geq -0{,}25$

d De grafiek is een stijgende lijn.
Domein $\mathbb{R}$, bereik $\mathbb{R}$

31a p loopt van 0 tot en met 38 en C van 1 tot en met 10

b 

Iemand met 31,5 punten krijgt als cijfer een 8,5

c 

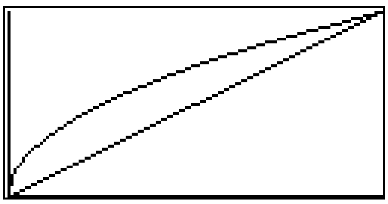
Iemand met een 5,5 heeft 19 punten behaald.

32

Ongelijkheid	$-2 \leq x < 6$	$x > -9$	$x < 0$	$-2 < x \leq 1$
Interval	$[-2, 6\rangle$	$\langle -9, \rightarrow\rangle$	$\langle\leftarrow, 0\rangle$	$\langle -2, 1]$

33 Wortelfunctie: domein $[-2, \rightarrow\rangle$ en bereik $\langle\leftarrow, -3]$
Gebroken functie: domein $\langle\leftarrow, 3\rangle$ en $\langle 3, \rightarrow\rangle$ en bereik $\langle\leftarrow, 2\rangle$ en $\langle 2, \rightarrow\rangle$
Kwadratische functie: domein $\mathbb{R}$ en bereik $[2, \rightarrow\rangle$

34a t loopt van 0 tot 15 dus $[0, 15]$
h loopt van 0 tot 60 dus $[0, 60]$

b 

c Linkervaas: als $t = 4$ dan is $h = 16$ dus hoogte 16 cm.
Rechtervaas: als $t = 4$ dan is $h = 31$ dus hoogte 31 cm.

35a

$\mathbb{R};\ \mathbb{R}$	$\mathbb{R};\ [0,\rightarrow\rangle$	$x \neq 0;\ y \neq 0$
$\mathbb{R};\ \mathbb{R}$	$[0,\rightarrow\rangle;\ [0,\rightarrow\rangle$	$\mathbb{R};\ [0,\rightarrow\rangle$

b $[2,3]$ betekent vanaf 2 tot en met 3, dus de randen tellen beide mee.
$\langle 2,3\rangle$ betekent tussen 2 en 3, dus de randen tellen beide niet mee.
$(2,3)$ betekent het punt met $x=2$ en $y=3$.

bladzijde 24

36 De grafiek van *f* is een bergparabool, dus *f* hoort bij 2.
De grafiek van *g* is een hyperbool, dus *g* hoort bij 4.
h is een wortelfunctie en heeft dus een randpunt. Dan hoort *h* bij 3.
m is een exponentiele functie met groeifactor 1,3 dus stijgt de grafiek.
Dan hoort *m* bij 1

37a $t=0$ levert $C(0)=25+65\cdot 0{,}8^0=90$ dus 90 °C

b Maak een tabel:

Tijd in minuten	0	1	2	3
Temperatuur in graden Celsius	90	77	66,6	58,28

In de eerste minuut is de thee $90-77=13$ graden afgekoeld.
In de derde minuut is de thee $67-58=8$ graden afgekoeld

c Als je voor t hele grotewaarden neemt, komt de uitkomst C steeds dichter bij 25 te liggen.
Dus op den duur wordt de theetemperatuur 25 °C

d Maak weer een tabel:

Tijd in minuten	0	1	2	3
Temperatuurverschil in graden Celsius	65	52	41,6	33,28

$\frac{52}{65}=0{,}8$, $\frac{41{,}6}{52}=0{,}8$, $\frac{33{,}28}{41{,}6}=0{,}8$
De groeifactor per minuut is steeds 0,8. Het verschil in temperatuur neemt dus per minuut met 20% af

38a Neem *X* van –5 tot 5 en neem *Y* van –750 tot 7500.

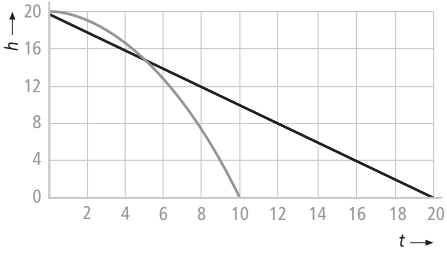
b Zo op het oog verandert er helemaal niets!

39a De lineaire formule hoort bij lampje 2.

b In het begin daalt het peil van lampje 2 het snelst, omdat lampje 2 bovenaan smaller is dan lampje 1.

c De hoogte begint bij 20 en eindigt bij 0, dus: $[0, 20]$

d De grafiek van lampje 1 is een deel van een (berg)parabool, de grafiek van lampje 2 een deel van een lijn.



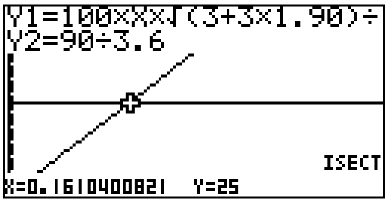
40a Vul $d = 0{,}10$ en $h = 1{,}5$ in de formule in, dan is $v \approx 18{,}3$ dus bij minstens 18,3 m/s.

b Dan wordt v heel erg groot. Ofwel: om een heel laag muurtje van 10 cm dik om te blazen moet het werkelijk onvoorstelbaar hard waaien. Dat lijkt niet in overeenstemming met de werkelijkheid, een laag muurtje zal eerder omwaaien dan de formule aangeeft.

c Een hogere muur van dezelfde dikte zal bij een lagere windsnelheid omwaaien. Je ziet aan de formule dat je door h deelt, terwijl je met de wortel van $3 + 3h$ vermenigvuldigt. Voor hoogtes vanaf 3 meter 80 levert dit een lagere windsnelheid op als je de muur verhoogt.

d Eerst: 90 km/uur is gelijk aan 25 m/sec, dus $v = 25$

Opgelost moet worden: $\dfrac{100 \cdot d \cdot \sqrt{3 + 3 \cdot 1{,}90}}{1{,}90} = 25$



Met behulp van je rekenmachine vind je een minimale dikte van 16 centimeter.

e Je krijgt dan als formule: $v = \dfrac{100 \cdot d \cdot \sqrt{3 + 3 \cdot 1{,}90}}{1{,}90} = d \cdot \dfrac{100 \cdot \sqrt{3 + 3 \cdot 1{,}90}}{1{,}90}$ ofwel

$v = d \cdot getal$ en dat levert een rechte lijn op.

bladzijde 26

I- 1a Voor x <4 bestaat de functie niet

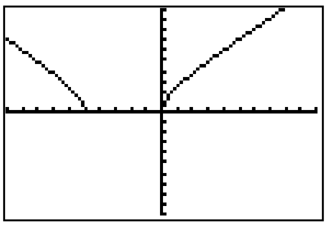
b $(4, 2)$

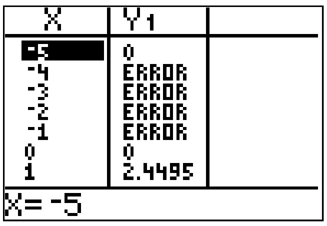
c $x < -3$

d Nee, het kwadraat onder de wortel is positief of 0 voor elke waarde van x.

e Alle functiewaarden zijn ≥ 2.

I-2a





b Voor $x < 0$ en $x > -5$

c $x^2 + 5x < 0$ voor de waarden van x genoemd bij b.

bladzijde 27

I-3a p ligt tussen 0 en 38, C ligt tussen 1 en 10.

b 8,3

c 19 punten

I-4a Domein: $\mathbb{R}$, Bereik: $\langle \leftarrow, 5]$

b Domein: $\langle \leftarrow, -1{,}84]$ of $[0{,}18; \rightarrow\rangle$, Bereik: $[0, \rightarrow\rangle$

c Domein: $x \neq 0$, Bereik: $h \neq 3$

d Domein: $\langle \leftarrow, 4]$, Bereik: $\langle \leftarrow, 3]$

e Domein: $x \neq -4$, Bereik: $l \neq 2{,}5$

f Domein: $\mathbb{R}$, Bereik: $[-2{,}5; 0\rangle$

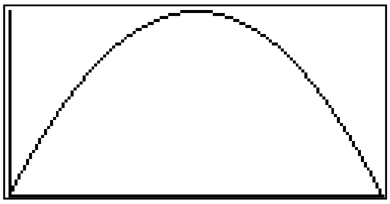
I-5a Domein: $\langle \leftarrow, -1]$ of $[1, \rightarrow\rangle$, Bereik: $[0, \rightarrow\rangle$

b I Voor geen enkele waarde van a, de wortel is altijd positief.
II Voor $a \geq 0$, de waarde onder de wortel is dan altijd positief of 0.
III Voor $a < 0$, zie voorbeeld bij opgave a.

c Zie uitleg bij I

bladzijde 30

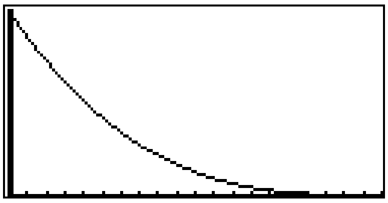
T-1a



b Tabel:

a	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
h	0	1,8	3,2	4,2	4,8	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0

c



d De bal komt maximaal 5 meter hoog.

e Voor $a = 18$ geeft de formule uitkomst $h = 1{,}8$. De bal is dan dus 1 meter 80 hoog.
Een speler van gemiddelde lengte moet de bal dan koppend kunnen binnenhouden.

T-2a Grafiek 1 is een rechte lijn, daarbij hoort een lineaire functie dus k;
Grafiek 3 is een hyperbool, daarbij hoort een gebroken functie dus h;
Grafiek 4 heeft een randpunt, daarbij hoort een wortelfunctie dus g;
Dan hoort bij grafiek 2 een exponentiele functie dus f.

b Punt A: $x = 0$ en $y = k(0) = 3$ dus coördinaten $(0, 3)$
Punt B: $y = 0$ dus $k(x) = 0$ ofwel $3 - \frac{1}{2}x = 0$. Dan volgt $x = 6$ dus coördinaten $(6, 0)$
Punt C: $x = 0$ en $y = f(0) = 3$ dus coördinaten $(0, 3)$
Punt D: het randpunt van $g(x)$ dus $9 - 2x = 0$ ofwel $x = 4{,}5$. De coördinaten zijn dan $(4{,}5; 0)$

T-3 Bij f: de snijpunten met de assen zijn $(0, 5)$ en $(2{,}5; 0)$.
Neem X van –5 tot 10 en Y van –10 tot 15
Bij g: randpunt $(-2, 2)$. Neem X van –5 tot 10 en Y van 0 tot 10
Bij h: hyperbool, met horizontale asymptoot $y = 14$ en verticale asymptoot $x = 0$.
Neem X van –10 tot 10 en Y van –10 tot 30
Bij k: Neem X van –3 tot 3 en Y van –20 tot 10
Bij m: dalparabool met top $(1, -81)$. Neem X van –10 tot 12 en Y van –100 tot 20

T-4a Randpunt als $16 - 2x = 0$ dus als $x = 8$. $f(8) = -2$ dus randpunt $(8, -2)$

b Randpunt als $1 + 2x = 0$ dus als $x = -0{,}5$. $g(-0{,}5) = 3$ dus randpunt $(-0{,}5: 3)$

c Verticale asymptoot als $6 - 2x = 0$ dus als $x = 3$
Horizontale asymptoot $y = -2$

T-5a De top van f is $(10, 5)$. Domein $\mathbb{R}$ en bereik $\langle \leftarrow, 5]$

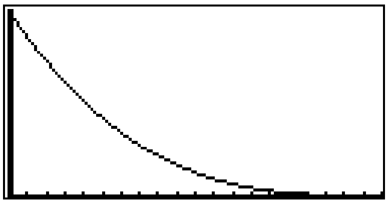
b Randpunt $(8, 0)$. Domein $\langle \leftarrow, 8]$ en bereik $[-2, \rightarrow\rangle$

c Gebroken functie, asymptoten $x = 3$ en $y = -2$.
Domein $\langle \leftarrow, 3\rangle$ en $\langle 3, \rightarrow\rangle$. Bereik $\langle \leftarrow, -2\rangle$ en $\langle -2, \rightarrow\rangle$

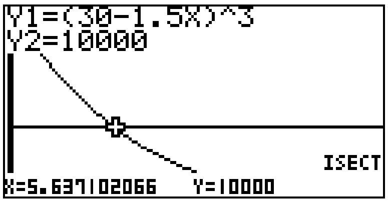
T-6a $t = 0$ geeft $V = 30^3 = 27000$ dus 27 000 mm^3 ofwel 27 cm^3

b Op tijdstip 20 is het volume nul, het ijsblokje is dan gesmolten.
t loopt van 0 tot 20 en V van 0 tot 27 000

c

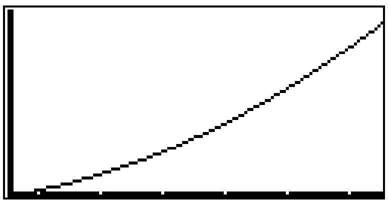


d Er moet gelden: $(30 - 1{,}5t)^3 < 10000$



Bereken eerst $(30 - 1{,}5t)^3 = 10000$, dit geeft (met je rekenmachine) $t \approx 5{,}6371$
Na $5{,}6371$ minuten ofwel na 5 minuten en 39 seconden.

T-7a



Neem X van 0 tot 120 en Y van 0 tot 120.

b $v = 120$ levert $S = 111{,}6$ dus 111meter en 60 centimeter.

c $v = 40$ levert $S = 21{,}2$ dus dat lukt netaan.

d $v = 50$ levert $S = 29$ dus stopafstand 29 meter
$v = 50$ levert $R = 12{,}5$ dus remweg 12,5 meter.
Het verschil is dan 16,5 meter.

T-8a Bij veel exponentiele functies is dit het geval, bijvoorbeeld bij $f(x) = 2^x$
Ook bij de functie $f(x) = x^2$ is dit het geval.

b Nee

c Het is een wortelfunctie, dus eerst het randpunt berekenen is het handigst.
Randpunt als $3x + 157 = 0$ dus als $x = \frac{-157}{3} = -52\frac{1}{3}$
Het randpunt is dan $\left(-52\frac{1}{3}, -83\right)$. De grafiek is stijgend.
Neem bijvoorbeeld als instellingen X van –100 tot 300 en Y van –100 tot 0