Vak: **WISKUNDE B** *Niveau:* **5 vwo** *Datum:* **december 2009**
H3: Kettingregel + Vaardigheden *Tijd:* **100 minuten**

NAAM: . . . .

- Werk netjes, **laat altijd duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt.**
- Tekenen doe je met potlood en geodriehoek.
- **Als er staat "bereken", dan moet de berekening altijd opgeschreven worden; het antwoord mag ook een met de (grafische) rekenmachine gevonden antwoord zijn. Bij het gebruik van de grafische rekenmachine moet duidelijk worden aangegeven hoe men tot het antwoord komt. Wanneer een antwoord wordt vereist dat langs algebraïsche weg en niet via benaderingen met de (grafische) rekenmachine dient te worden gevonden, wordt dat in de vraagstelling uitdrukkelijk vermeld.**
- Er zijn 5 opgaven (totaal 57 punten)
- Veel succes.

Opgave 1
Differentieer de volgende functies.
Schrijf de uitkomsten zonder negatieve of gebroken exponenten.

2p **a.** $f(t)=(87t+86)^{85}$

3p **b.** $g(t)=\dfrac{4t^4+3t+2}{t^2}$

4p **c.** $h(x)=\dfrac{2}{4x^6-3x}$

4p **d.** $j(x)=5\sqrt{2x-4x^3}$

Opgave 2
Gegeven is de functie $v(x)=x^4-24x^3+196x^2-624x+640$

4p **a.** Geef de vergelijking van de raaklijn in $x = 6$.
Leg duidelijk uit wat je doet.

4p **b.** Bepaal exact de vergelijking van de raaklijn in het punt $x = 2$.

3p **c.** De functie heeft twee buigpunten.
Bereken exact de x-coördinaten van beide buigpunten.

Opgave 3
Los de volgende vergelijkingen exact op:

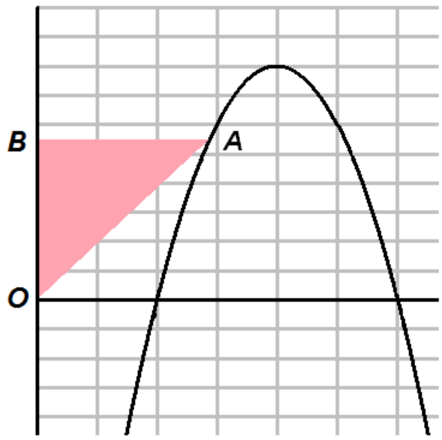
4p **a.** $2x=\sqrt{120-4x}$

4p **b.** $4\sqrt{x-7}=x-28$

Opgave 4 en 5 staan op de achterkant.

Opgave 4

Hiernaast staat de grafiek van de parabool met met functievoorschrift $f(x) = -2x^2 + 32x - 96$.
Ook is in de tekening de rechthoekige driehoek *OAB* getekend. Punt *O* heeft coördinaat (0,0), punt *A* ligt op de parabool en punt *B* ligt op de y-as.



2p **a.** De y-coördinaat van punt *B* mag niet negatief zijn.
Bereken met algebra de nulpunten van $f(x)$.

2p **b.** De grafiek van de parabool heeft een top.
Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van driehoek *OAB* in de top van $f(x)$ exact 128 is.

2p **c.** De coördinaten van punt *A* zijn (x , $f(x)$).
Toon aan dat $O(x) = -x^3 + 16x^2 - 48x$ het functievoorschrift is voor de oppervlakte van rechthoekige driehoek *OAB*.

4p **d.** Gebruik de afgeleide en de GR om de de grootst mogelijke oppervlakte van driehoek *OAB* te berekenen.
Leg goed uit hoe je de rekenmachine gebruikt.
Rond je antwoord af op drie decimalen.

3p **e.** Bereken exact de x-coördinaat van het buigpunt van de grafiek voor de oppervlakte *O*.

Opgave 5

De familie van functies *f* is gegeven door $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + p$.

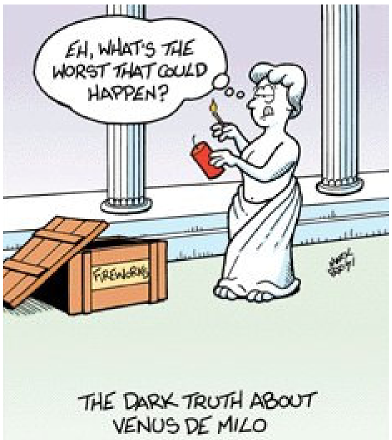
3p **a.** Bereken exact voor welke waarden van *p* er een top is met y-coördinaat 4.

5p **b.** Punt *A* met x-coördinaat 4 ligt op de grafiek van *f*.
Bereken exact voor welke waarde van *p* de raaklijn in punt *A* door de oorsprong gaat.

4p **c.** Bereken exact voor welke waarde van *p* het buigpunt op de x-as ligt.

Einde

Beste wensen voor 2010
Hietbrink - Onrust – van der Put



Uitwerkingen

Opgave 1 Differentieer de volgende functies. Schrijf zonder negatieve of gebroken exponenten.

2p **a.**
$$f(t)=(87t+86)^{85}$$
$$f'(t)=85\times 87(87t+86)^{84}=7395(87t+86)^{84}$$

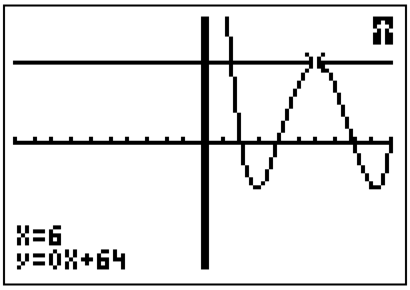
85×87 mag ook

3p **b.**
$$g(t)=\frac{4t^4+3t+2}{t^2}=4t^2+\frac{3}{t}+\frac{2}{t^2}=4t^2+3t^{-1}+2t^{-2}$$
$$g'(t)=8t-3t^{-2}-4t^{-3}=8t-\frac{3}{t^2}-\frac{4}{t^3}$$

4p **c.**
$$h(x)=\frac{2}{4x^6-3x} \qquad h(u)=\frac{2}{u}=2u^{-1} \qquad h'(u)=-2u^{-2}=\frac{-2}{u^2} \qquad h'(x)=\frac{6-48x^5}{\left(4x^6-3x\right)^2}$$
$$u(x)=4x^6-3x \qquad u'(x)=24x^5-3$$

4p **d.**
$$j(x)=5\sqrt{2x-4x^3} \qquad j(u)=5\sqrt{u}=5u^{0,5} \qquad j'(u)=\frac{5}{2\sqrt{u}} \qquad j'(x)=\frac{5\left(2-12x^2\right)}{2\sqrt{2x-4x^3}}=\frac{5-30x^2}{\sqrt{2x-4x^3}}$$
$$u(x)=2x-4x^3 \qquad u'(x)=2-12x^2$$

Opgave 2 $v(x)=x^4-24x^3+196x^2-624x+640$.



4p **a.** raaklijn in x=6 : y = 64 met draw tangent
$v'(x)$ 1pt, $v'(6)$=0 1pt, $v(6)$=64 1pt, y =64 1pt

4p **b.** Bepaal exact vergelijking raaklijn in x = 2.
$$v(x)=x^4-24x^3+196x^2-624x+640$$
$$v(2)=0 \qquad (1pt)$$
$$v'(x)=4x^3-72x^2+392x-624$$
$$v'(2)=-96 \qquad (1pt)$$
$$y=-96x+192 \qquad (2pt)$$

3p **c.** De functie heeft twee buigpunten. Bereken beide x-coördinaten.
$$v(x)=x^4-24x^3+196x^2-624x+640$$
$$v'(x)=4x^3-72x^2+392x-624$$
$$v''(x)=12x^2-144x+392 \qquad (1pt)$$
$$a=12 \quad b=-144 \quad c=392 \quad D=1920$$
$$x=\frac{144\pm\sqrt{1920}}{24}=6\pm\tfrac{1}{3}\sqrt{30} \qquad (1pt)+(1pt)$$

Opgave 3 Los de volgende vergelijkingen exact op:

4p **a.**
$$2x=\sqrt{120-4x}$$
$$(2x)^2=120-4x$$
$$4x^2+4x-120=0$$
$$x^2+x-30=0$$
$$(x+6)(x-5)=0$$
$x=-6$ fout

$x=5$ goed

4p **b.**
$$4\sqrt{x-7}=x-28$$
$$\left(4\sqrt{x-7}\right)^2=(x-28)^2$$
$$16(x-7)=x^2-56x+784$$
$$0=x^2-72x+896$$
$$(x-16)(x-56)=0$$
$x=56$ ok

$x=16$ fout

Opgave 4

2p **a.** Bereken met algebra de nulpunten van $f(x)$.

$$-2x^2+32x-96=0$$
$$x^2-16x+48=0$$
$$(x-4)(x-12)=0$$
$$x=4 \quad \textit{of} \quad x=12$$

2p **b.** $f(8)=32$. Oppervlakte driehoek is $\frac{1}{2}\times 8\times 32=128$

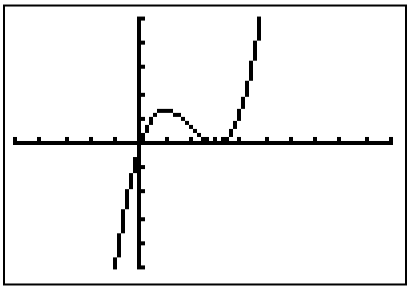
2p **c.** Oppervlakte driehoek is halve breedte maal hoogte.
Dus $O(x)=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\left(-2x^2+32x-96\right)=-x^3+16x^2-48x$.

4p **d.** Gebruik de afgeleide: $O'(x)=-3x^2+32x-48$
Gebruik de GR calc zero: max oppervlakte bij x = 8,86: oppervlakte $f(x)$ = 135,207

3p **e.** x-coördinaat van buigpunt:
$O''(x)=-6x+32=0 \quad x=\frac{32}{6}=5\frac{1}{3}$

Opgave 5

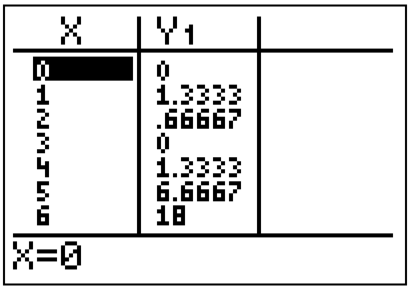
familie $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+p$.



3p **a.** Bereken p met top met y-coördinaat 4.

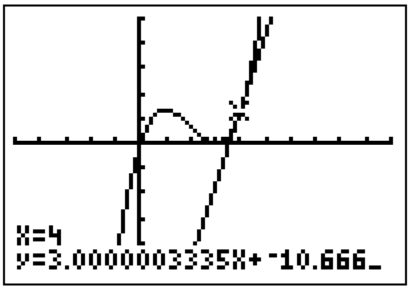
$$f(x)=\tfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+p$$
$$f'(x)=x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$$

top bij $x=1$ dus $p=2\frac{2}{3}$



5p **b.** Punt A met x-coördinaat 4 ligt op de grafiek van f.
Bereken p met raaklijn in A door de oorsprong.

$$f(x)=\tfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+p$$
$$f'(x)=x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$$
$$f'(4)=3 \qquad f(4)=1\tfrac{1}{3}+p$$
$$y=3x+p-10\tfrac{2}{3}$$
$$p=10\tfrac{2}{3}$$



4p **c.** Bereken p met buigpunt op x-as.

$$f(x)=\tfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+p$$
$$f'(x)=x^2-4x+3$$
$$f''(x)=2x-4$$
$$f''(x)=0 \qquad x=2$$
$$f(2)=\tfrac{2}{3}+p$$

buigpunt op x-as voor $p=-\frac{2}{3}$