

Le Mésotonique Bien Tempéré ____ bref

Johan Broekaert ; broekaert.devriendt@telenet.bel

Résumé :

Une reconstruction virtuelle et hypothétique d'une quête pour un accord auditif et bien tempéré de clavier musical est élaborée, dérivée du mésotonique, sur la base des concepts de Werckmeister concernant un bon tempérament, et des idées musicales et pratiques d'accord auditif de clavier de musique à l'époque baroque, et aujourd'hui encore. Le Mésotonique Bien Tempéré élaboré se rapproche au mieux d'un optimum, basé sur des critères présumés de qualité pour un accord auditif de clavier. Un certain nombre de caractéristiques qui peuvent être liées à J. S. Bach sont discutées.

Abstract :

A hypothetical virtual reconstruction of a quest for a well tempered auditory musical keyboard tuning derived from the meantone is worked out, based on Werckmeister's concepts about well tempering, and musical insights and auditory music keyboard tuning practices at Baroque times, but also nowadays. The elaborated Well Tempered Meantone turns out to fit best with an optimum, based on presumed auditory tuning quality criteria. A number of characteristics that can be related to J. S. Bach, are discussed.

Mots Clés / Keywords

Baroque ; bien tempéré ; mésotonique ; intervalle ; *comma* ; battement d'harmoniques ; harmonie ; rapport ; *cent* ; *Bach. well temperament* ; *meantone* ; *interval* ; *beating* ; *harmonic* ; *ratio*

[1] Méthodologie

Les réflexions sur les tempéraments dans cet article sont basées sur des procédures d'accord appliquées par des accordeurs auditifs de claviers musicaux. L'accord professionnel d'un clavier musical à l'époque baroque et aujourd'hui encore peut se faire de façon purement auditive, à base d'évaluations des battements d'harmoniques des intervalles, sans aucun outil de mesure, à l'exception d'un diapason pour l'étalonnage, et parfois d'un métronome afin de rehausser la précision de réglage. L'application d'un monocorde n'était en général pas nécessaire.

Une procédure courante est souvent basée sur un accord initial de toutes les notes de l'échelle chromatique de Fa₂ à Fa₃ (Calvet, 2020). Les notes de cette échelle ont des fréquences assez basses et contiennent de nombreux harmoniques, ce qui facilite l'accord en raison des vibratos clairs et lents des intervalles. De plus, la tierce majeure sur Do₃ aura le meilleur rapport de toutes les tierces, si toutes les tierces majeures du C-majeur diatonique auraient un vibrato égal, car cette tierce majeure tient la hauteur de notes la plus élevée en raison de sa position élevée sur l'échelle Fa₂ – Fa₃. L'échelle Fa₂ – Fa₃ se situe également à une transition critique des caractéristiques des cordes sur un piano. Ce réglage initial en Fa₂ – Fa₃ et l'accord ultérieur reposent essentiellement sur l'observation des battements d'harmoniques des quintes et des tierces majeures.

Les battements d'harmoniques dans l'échelle Fa2 – Fa3 peuvent être calculés à base des équations des tableaux 1 et 2. Les symboles q_{Note} et p_{Note} représentent la cadence des battements des quintes et des tierces majeures. Les formules pour q_C et p_C ont été appliquées par A. Kellner (1977). Des formules pour les tierces mineures peuvent également être établies.

$q_{Fa} = 2Do3 - 3Fa2$	$q_{Do} = 4Sol2 - 3Do3$	$q_{Sol} = 2Ré3 - 3Sol2$	$q_{Ré} = 4La2 - 3Ré3$
$q_{La} = 2Mi3 - 3La2$	$q_{Mi} = 4Si2 - 3Mi3$	$q_{Si} = 4Fa\#2 - 3Si2$	$q_{Fa\#} = 2Do\#3 - 3Fa\#2$
$q_{Do\#} = 4Sol\#2 - 3Do\#3$	$q_{Sol\#} = 2Mib3 - 3Sol\#2$	$q_{Mib} = 4Sib2 - 3Mib3$	$q_{Sib} = 4Fa2 - 3Sib2$

Tableau 1 : calcul du battement d'harmoniques des quintes dans l'échelle Fa2 – Fa3

$p_{Fa} = 4La2 - 5Fa2$	$p_{Do} = 4Mi3 - 5Do3$	$p_{Sol} = 4Si2 - 5Sol2$	$p_{Ré} = 8Fa\#2 - 5Ré3$
$p_{La} = 4Do\#3 - 5La2$	$p_{Mi} = 8Sol\#2 - 5Mi3$	$p_{Si} = 4Mib3 - 5Si2$	$p_{Fa\#} = 4Sib2 - 5Fa\#2$
$p_{Do\#} = 8Fa2 - 5Do\#3$	$p_{Sol\#} = 2Do3 - 5Sol\#2$	$p_{Mib} = 8Sol2 - 5Mib3$	$p_{Sib} = 4Ré3 - 5Sib2$

Tableau 2 : calcul du battement d'harmoniques des tierces majeures dans l'échelle Fa2 – Fa3

[2] Comparaison de Tempéraments

Certains tempéraments discutés devront être évalués. Une partie de l'évaluation peut consister en une comparaison des tempéraments.

Bien que cet article soit basé sur l'interprétation des battements d'harmoniques des intervalles, plutôt que des rapports des intervalles, il n'est pas adéquat d'appliquer des mesures en battements par seconde (bps) en tant que telles pour la comparaison des tempéraments : les battements d'harmoniques sont en effet proportionnels aux hauteurs des notes, et dépendent donc de ces hauteurs de notes et du diapason utilisé. Par conséquent, une mesure relative est préférable à une mesure absolue en bps. Une mesure d'intervalle relative adéquate et très courante est le cent.

Les caractéristiques de tout tempérament sont définies sans ambiguïté, soit par les hauteurs de notes qui dépendent du diapason défini, soit par des mesures relatives d'intervalles telles que les demi-tons, les quartes, les quintes ou les septièmes (= 11 demi-tons). Les caractéristiques des quintes sont les plus couramment appliquées ; il suffit de penser au cycle des quintes.

Pour cette mesure, une comparaison globale et objective des tempéraments peut se baser, par exemple, sur une mesure en cents des différences de quintes mutuelles, en appliquant la formule ci-dessous :

$$\Delta(\text{cent}) = \sqrt{\frac{\sum_{(TOUTES \text{ les } 12 \text{ notes})} (\text{quinte}_{\text{Note;temperament}_1} - \text{quinte}_{\text{Note;temperament}_2})^2}{12}}$$

[3] Le Mésotonique

Les tierces majeures justes, rapport 5/4, sont en général appréciées et désirées par les musiciens et leur public. La qualité des tierces majeures peut déterminer les couleurs, caractères ou affects différents des différents tempéraments. Par conséquent, une grande importance est accordée à la tierce majeure juste. Les tierces majeures justes, rapport 5/4 (= 1,25), diffèrent des tierces plutôt élargies de l'accord pythagoricien, ayant un rapport 81/64 (= 1,265625). Les tierces majeures du tempérament égal à douze tons (12TET) sont également assez bien élargies, ayant un rapport $2^{4/12}$ (= 1,2599 . . .). Les premières considérations concernant l'importance des tierces majeures justes peuvent, entre autres, être attribuées à Ptolémée (c. 100 – c. 170).

Les tierces majeures justes sont devenues largement introduites et acceptées en raison du

tempérament mésotonique. Ce tempérament a été décrit en 1523 par P. Aaron et par Salinas (1577) d'après Zarlino. Ce mésotonique est basé sur une tierce majeure juste sur Do qui est divisée en quatre demi-tons égaux. Ce tempérament est donc appelé le « mésotonique au quart de comma (syntonique) ». Toutes les autres notes émanent de tierces majeures justes sur les notes Mib, Sib, Fa, (Do), Sol, Ré, La, Mi.

À noter : TOUTES les clés mésotoniques autorisées (Sib, Fa, Do, Sol, Ré, La) offrent une EXCELLENTE et IDENTIQUE HARMONIE, la seule différence entre les clés autorisées consiste uniquement en une différence de hauteur tonale. Par conséquent, la modulation est musicalement totalement libre pour les instruments accordés au mésotonique, tant qu'elle reste parmi les clés autorisées. Le mésotonique était probablement le tempérament « dominant » de la musique baroque.

Pour le mésotonique également, on peut se demander si la tierce majeure Do – Mi devrait être divisée en fonction de rapports, de cents ou de commas, comme on le suppose généralement, vraisemblablement au moyen d'un monocorde ou d'un instrument de mesure, ou si elle aurait dû en quelque sorte être basée sur le battement d'harmoniques ?

Il est clair que la division égale en quatre demi-tons de la tierce majeure Do – Mi, correspond à quatre quintes égales (La – Mi, Ré – La, Sol – Ré, Do – Sol) sur lesquelles la tierce majeure est construite. Par conséquent, une division alternative hypothétique pourrait consister à construire la tierce majeure juste Do – Mi, à base de quatre quintes avec un taux de battement égal (La – Mi, Ré – La, Sol – Ré, Do – Sol), suivi de l'installation supplémentaire et souhaitée de sept tierces majeures justes. Cette détermination des notes a aussi l'avantage de contenir un lien direct avec la note « La » lors de l'initiation de l'accord, mais aussi la note « Do » ; ce dernier point importe si la note Do est choisie comme diapason, comme on l'a fait ou comme on le fait parfois encore. Les hauteurs de notes initiales peuvent ainsi être obtenues comme solution des équations suivantes (q_{Note} et p_{Note} : voir tableaux 1 et 2) :

Une tierce majeure juste sur Do : $p_{Do} = 0$

et des quintes à battement égal sur Do, Sol, Ré, La : $q_{Do} = q_{Sol} = q_{Ré} = q_{La} = q_{Note}$

Les notes restantes sont définies, en accordant des tierces majeures justes sur les notes Mib, Sib, Fa, Sol, Ré, La, Mi :

$$p_{Mib} = p_{Sib} = p_{Fa} = p_{Sol} = p_{Ré} = p_{La} = p_{Mi} = 0$$

Le tableau 3 affiche les fréquences de note obtenues, les différences en fréquence des notes (Δ -fréq., **en cents**), les battements d'harmoniques des quintes, et la différence globale de quintes Δ (cent) –selon la formule au paragraphe 2– avec la version classique :

Mésotonique		Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Mi3
"classique"	Fréquence	176,00	183,90	196,77	205,61	220,00	235,40	245,97	263,18	275,00	294,25	314,84	328,98
	bat.harm.	-1,64	-1,71	-1,83	12,85	-2,05	-2,19	-2,29	-2,45	-2,56	-2,74	-2,93	-3,06
Accord auditif.	Fréquence	176,00	183,79	196,78	205,56	220,00	235,26	245,98	263,12	275,00	294,07	314,85	328,89
	Δ -fréq.	0,00	-1,03	0,09	-0,43	0,00	-1,03	0,09	-0,43	0,00	-1,03	0,09	-0,43
	bat.harm.	-1,77	-1,38	-2,21	13,03	-2,21	-1,77	-2,76	-2,21	-2,76	-2,21	-3,54	-2,76

Tableau3 : Comparaison du tempérament mésotonique « classique » avec le tempérament mésotonique à accord auditif (pour A4 = 440) ; Δ (cent) = 0,43 ; Δ -fréq **en cents**

Cet accord auditif alternatif proposé pouvait être installé très facilement par n'importe quel accordeur baroque, sans utiliser quelque outil de mesure du tout.

L'accord précis de la division « classique » de la tierce juste Do – Mi n'était possible qu'au moyen d'un monocorde, mais cela va de pair avec un travail assez intensif : pour un monocorde d'une longueur de 1000 mm, accordé sur la note Do, le pont mobile doit être réglé à Do# = 935,73 mm, Ré = 893,33 mm, Mib = 835,90 mm et Mi = 800,00 mm, et cet ajustement ne tient pas encore de connexion avec la note La. Un écart de seulement 1 mm correspond à un écart en hauteur de note de 2,16 . . . cents déjà. C'est plus du double des différences maximales affichées au tableau 3 (1,03 cent). Des doutes peuvent donc s'exprimer sur la mise en place effective, à l'époque baroque, des fréquences des notes couramment publiées aujourd'hui, du tempérament mésotonique, sur la base de calculs de rapports.

Il n'y a en fait aucune raison pratique de ne pas accorder auditivement. Les différences entre les deux versions ne sont pratiquement et auditivement pas distinguables.

[4] Les bons tempéraments

Les bons tempéraments s'efforcent d'obtenir les meilleures puretés d'intervalle pour le Do–majeur diatonique et une pureté acceptable pour les autres tonalités.

Une définition musicale des bons tempéraments, basée sur les critères de Werckmeister, a été élaborée par H. Kellat (1960 ; 1981, p. 9) :

<< “Un “bon tempérament” implique une division mathématique-acoustique et musico-pratique des tons d’une octave en douze parties, afin qu’il soit possible, sur base du système pur, d’obtenir un jeu irréprochable pour toutes les tonalités, tout en s’efforçant d’obtenir une pureté maximale des intervalles diatoniques.

Ce tempérament se présente comme un lissage parcimonieux, lié à une relaxation et extension du système mésotonique, comme demi tons à battement inégal et comme tempérament égal.” >> (voir note de fin, pour le texte original Allemand ¹)

Il y a eu une recherche générale et très active de bons tempéraments à l'époque baroque. La raison de cette quête était que le mésotonique ne permet pas une modulation musicale acceptable dans toutes les tonalités, à cause de la « quinte de loup » (généralement sur Sol#) et des quatre tierces majeures « dures » associées.

Un bon tempérament a probablement été sollicité pour la reconstruction de l'orgue de la cathédrale de Lucca (Italie), en 1473 (Devie 1990, p. 55). Werckmeister fut, parmi d'autres, à l'origine du concept du bon tempérament, et son tempérament bien tempéré Werckmeister III (1691) devint célèbre. Werckmeister est probablement aussi le premier à utiliser le terme « wohltemperiert » (bien tempéré) par écrit :

- (Werckmeister, 1681 ; Norback, 2002, p 18, fig. 2, page titre) : “...ein Clavier *wohl zu temperiren* und zo stimmen sei / ...”
- (Werckmeister, 1686) :
 - Chapter 30, page 118 (marqué de manière erratique comme 108) : “.../ wenn unser Clavier *wol temperiret* ist / ...”
 - Page 120, 16–ème ligne : “...Wenn wir hingegen ein *wohl temperirtes* Clavier haben / ...”
- (Werckmeister, 1691) :
 - Page titre : “.../ und dergleichen *wohl temperirt*...”
 - Chapitre 22, page 61, 7–ème ligne : “.../ wenn nun ein Clavier *wohl temperiret* ist / ...”
- (Werckmeister, 1698, p. 7) : “... / und wäre nicht *wohl temperiret* oder ...”

De nos jours à nouveau, les bons tempéraments sont devenus un sujet musical actuel. Il est fort probable que les publications de H. Kellat (1956, 1960, 1981, 1982) soient à l'origine de cet intérêt. Kellat à son tour réfère à Bosanquet (1876). Une publication plus récente également, de A. Calvet (2020) propose tel que H. Kellat une discussion en largeur et en profondeur sur le sujet de l'accord musical, soutenu par des aspects historiques et une explication approfondie sur comment et pourquoi les tempéraments musicaux, les intervalles et les battements d'harmoniques d'intervalles ont une importance particulière. Calvet a couvert tous les aspects discutés dans le présent article, en particulier et approfondi également l'aspect du battement d'intervalle musical, et les battements d'harmoniques de nombreux tempéraments sont bien documentés. Il discute aussi l'importance des réajustements d'intervalle requis lors d'un accord de piano, en raison de l'inharmonicité des cordes et des corrections pour une meilleure distribution des battements, et ces corrections seraient la conséquence des améliorations auditives désirées qui conduisent aux écarts des fréquences publiées. Jobin aussi (2005) mentionne le besoin de corrections d'intervalles.

[4.1] Définition mathématique d'un bon tempérament optimal accordé auditivement

On pourrait désirer un bon tempérament optimal, détenant une pureté diatonique optimale pour le Do–majeur.

Un critère objectif est requis pour l'élaboration mathématique d'un tel optimum. Mais même ainsi, il n'y a aucune raison pour que ce critère puisse s'imposer musicalement, et les musiciens ne seront probablement pas facilement d'accord pour des critères objectifs et adéquats: il suffit en effet de consulter la vaste collection de bons tempéraments afin de se convaincre de la subjectivité musicale du sujet. La disponibilité de quelque optimum peut pourtant être utile et nous essayons donc d'en définir un.

Étant donné que l'accord auditif est basé sur le réglage des quintes et des tierces majeures du Do–majeur diatonique, on peut penser à optimiser leurs impuretés. La détermination d'un tempérament tenant un minimum pour les battements d'harmoniques auditifs des six quintes et trois tierces majeures du Do–majeur diatonique, conduit à des différences de vibratos de quintes assez importantes, inconfortables pour l'accord auditif : de $-0,77$ à $-3,22$ bps.

Dans la pratique de l'accord auditif, il n'est pas possible de définir un battement d'harmoniques minimum sans l'application d'outils de mesure de haute précision. Ces outils sont nécessaires pour une mesure de haute précision des battement d'harmoniques de six quintes et trois tierces majeures, leur somme et leur minimum.

Il est probablement musicalement mieux, et plus facile aussi pour l'accord auditif, d'estimer l'égalité de battements lents, plutôt que leur somme minimale ; aucun outil n'est nécessaire pour faire une bonne estimation des égalités des battements d'harmoniques. Mais l'égalité exacte n'est probablement pas possible : nous avons neuf équations (taux de battements de six quintes et trois tierces majeures) pour six variables (Fa, Do, Sol, Ré, Mi, Si). Nous ne pouvons donc que tendre vers une meilleure égalité possible. Une meilleure égalité possible correspond à un écart minimum par rapport à une valeur moyenne « M ».

Les battements sont normalement négatifs sur les quintes (à rapports trop petits) et positifs sur les tierces (à rapports trop grands). Normalement la moyenne absolue « M » vaut donc :

$$M = \frac{-q_{Fa} - q_{Do} - q_{Sol} - q_{Ré} - q_{La} - q_{Mi} + p_{Fa} + p_{Do} + p_{Sol}}{9}$$

Compte tenu des signes, les écarts par rapport au battement moyen sont :

Quintes : $\Delta_{Q;Note} = -q_{Note} - M$

Tierces Majeures : $\Delta_{T;Note} = p_{Note} - M$

La somme appropriée des carrés des écarts devient :

$$\sum \Delta_{Q \text{ et } T;Note}^2 = \Delta_{Q;Fa}^2 + \Delta_{Q;Do}^2 + \Delta_{Q;Sol}^2 + \Delta_{Q;Ré}^2 + \Delta_{Q;La}^2 + \Delta_{Q;Mi}^2 + \Delta_{T;Fa}^2 + \Delta_{T;Do}^2 + \Delta_{T;Sol}^2$$

l'élaboration de cette somme en fonction des notes conduit à :

$$81 \times \sum \Delta_{Q \text{ et } T;Note}^2 = 2718Fa_2^2 + 2934Do_3^2 + 3726Sol_2^2 + 1044Ré_3^2 + 3240La_2^2 + 2124Mi_3^2 + 2592Si_2^2 - 1116Fa_2Do_3 - 216Fa_2Sol_2 + 36Fa_2Ré_3 - 3132Fa_2La_2 + 180Fa_2Mi_3 - 2376Do_3Sol_2 + 72Do_3Ré_3 + 216Do_3La_2 - 2880Do_3Mi_3 - 864Sol_2Ré_3 + 324Sol_2La_2 + 540Sol_2Mi_3 - 3240Sol_2Si_2 - 1998Ré_3La_2 - 90Ré_3Mi_3 - 1242La_2Mi_3 - 1944Mi_3Si_2$$

Le minimum de cette somme, conforme aux conseils de E. Amiot, peut être déterminé par le calcul des dérivées partielles des variables, mises à zéro. Le tableau 4 présente les coefficients simplifiés des équations obtenues à partir des dérivées partielles des notes :

	Fa2	Do3	Sol2	Ré3	Mi3	Si2	=	La2
$\partial/\partial Fa2 :$	151	- 31	- 6	1	5	0	=	87
$\partial/\partial Do3 :$	- 31	163	- 66	2	- 80	0	=	- 6
$\partial/\partial Sol2 :$	- 2	- 22	69	- 8	5	- 30	=	- 3
$\partial/\partial Ré3 :$	2	4	- 48	116	- 5	0	=	111
$\partial/\partial Mi3 :$	10	- 160	30	- 5	236	- 108	=	69
$\partial/\partial Si2 :$	0	0	- 5	0	- 3	8	=	0

Tableau 4 : Calcul des notes diatoniques du for Do – majeur

Les fréquences obtenues de Si et de Fa (voir plus loin tableau 5) imposent d'augmenter légèrement les six quintes restantes. Ceci peut être exprimé mathématiquement par :

$$\frac{Si2}{Fa2} \times (quinte)^6 \times 2^n = \frac{246,22}{175,67} \times (quinte)^6 \times 2^{-4} = 1 \quad \text{et donc} \quad quinte = 1,500545 \dots$$

Le rapport ci-dessus est légèrement au-dessus de celui d'une quinte parfaite, mais si peu qu'il peut toujours être acceptable pour un bon tempérament. La création ultérieure d'un bon tempérament « optimal » à cet effet, ne permet qu'une répartition uniforme de cet augmentation obligatoire des quintes sur les six quintes restantes.

$$q_{Note} = q_{Si} = q_{Fa\#} = q_{Do\#} = q_{Sol\#} = q_{Mib} = q_{Sib}$$

L'ensemble des solutions conduit à l'échelle, tableau 5 :

	Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Mi3
f_{Note}	175,67	184,73	196,60	207,98	220,00	234,14	246,22	262,75	277,22	293,96	312,10	328,93
q_{Note}	- 1,52	0,26	- 1,89	0,26	- 2,15	0,26	0,26	- 1,83	0,26	- 1,87	0,26	- 1,89
p_{Note}	1,65	12,91	1,89	11,07	8,90	5,13	17,30	1,97	19,23	8,06	12,30	19,23

Tableau 5 : échelle avec égalité optimale des battements d'harmoniques des quintes diatoniques et des tierces majeures dans le Do-majeur

Le battement d'harmoniques moyen entre Fa2 et Fa3, des quintes et des tierces majeures du Do-majeur diatonique, est de $-1,85 \dots$ bps., avec des écarts mineurs seulement par rapport à cette valeur ($\leq 0,33$).

[5] Création d'un Mésotonique Bien Tempéré

Les deux, le système pythagoricien avec 11 quintes parfaites ainsi que le système mésotonique avec 8 tierces majeures justes, détiennent une quinte de loup indésirable. Tel que le tempérament égal a été dérivé du système pythagoricien, on peut s'efforcer de dériver un bon tempérament du tempérament mésotonique (cfr. la définition du bon tempérament, section 4). Tempérer la quinte de loup mésotonique peut conduire à un certain nombre de variantes mésotoniques, parmi lesquelles certaines détiennent moins de tierces majeures justes, telles que Rameau (4 TM), Marpurg, (4 TM), Legros (3 et 2 TM), d'Alembert (1 TM), de Béthisy (1 TM), . . . ou d'autres avec une division différente du comma syntonique, comme Salinas (1/3 comma), Zarlino (2/7 comma), Sauveur (1/5 comma), Romieu (1/6 et 1/7 comma), . . .

[5.1] Un mésotonique tempéré, tenant moins de tierces majeures justes (accordable auditivement)

[5.1.1] Les notes naturelles du C-Majeur diatonique

Inspiré par E. Jobin (2005), l'accord peut être initié, en installant trois tierces majeures justes du Do-majeur diatonique ; une sur Do, et celles sur Fa et Sol à suivre ; Jobin avait défini deux tierces majeures justes (Do et Sol). Toutes les notes diatoniques naturelles sont ainsi définies. Leurs fréquences sont égales à celles qui sont déjà affichées au tableau 3 (la version « Accord auditif »).

[5.1.2] Les notes altérées du Do-Majeur

Les fréquences Si et Fa obtenues imposent d'augmenter légèrement les six quintes restantes. Ceci peut être exprimé mathématiquement par :

$$\frac{Si2}{Fa2} \times (quinte)^6 \times 2^n = \frac{245,98}{176,00} \times (quinte)^6 \times 2^{-4} = 1 \quad \text{et donc} \quad quinte = 1,501258 \dots$$

Le rapport ci-dessus est légèrement au-dessus de celui de la quinte parfaite, mais si peu qu'il peut encore être acceptable pour un bon tempérament. Pour cela, la création ultérieure d'un bon tempérament ne permet plus de tierces majeures supplémentaires comparables à celles déjà définies, parce que cela conduit à un élargissement supplémentaire et notable des quintes restantes.

Pour faciliter l'accord auditif, mais conforme à l'accord pythagoricien classique, les notes Fa#, Do# et Sol# peuvent être alternativement définies, par des quintes parfaites sur Si, Fa# et Do# ; ces quintes parfaites n'ont qu'une différence extrêmement mineure, avec le rapport moyen déterminé ci-dessus, 1,501258 . . . :

$$q_{Si} = q_{Fa\#} = q_{Do\#} = 0$$

Les impuretés de quintes restantes et obligatoirement légèrement augmentées peuvent enfin être également réparties sur les quintes sur Lab(Sol#), Mib, Sib, afin de définir les fréquences de Sib et de Mib :

$$q_{Lab} = q_{Mib} = q_{Sib}$$

Observation : la facilité d'accord aurait également pu être obtenue d'une autre façon, en définissant par exemple des quintes parfaites sur les bémols *Lab*, *Mib*, *Sib*, et des quintes légèrement augmentées sur les notes *Si*, *Fa#* et *Do#*. Le tempérament proposé ci-dessus tient comme avantage qu'aucune des notes diatoniques du Do-majeur tient une quinte augmentée.

[5.1.3] Mésotonique tempéré obtenu

L'ensemble des solutions conduit à l'échelle au tableau 6 :

	Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Mi3
f_{Note}	176.00	184.48	196.78	207.55	220.00	234.26	245.98	263.12	276.73	294.07	311.93	328.89
q_{Note}	-1.77	0.00	-2.21	1.23	-2.21	1.23	0.00	-2.21	0.00	-2.21	1.23	-2.76
p_{Note}	0.00	14.60	0.00	14.73	6.91	5.00	17.83	0.00	24.36	5.53	14.61	15.89

Tableau 6 : Mésotonique tempéré ; $\Delta(\text{cent}) = 1.39$

Comme on peut le constater à nouveau, le mésotonique tempéré détient des notes naturelles identiques à celles du mésotonique à accord auditif, au tableau 3.

[5.2] LE MÉSONIQUE BIEN TEMPÉRÉ à division différente du comma syntonique (à accord auditif)

Cet article, et ce paragraphe en particulier, sont issus d'une intense correspondance et d'une étroite collaboration avec A. Calvet, accordeur auditif professionnel.

L'histoire de l'accord montre un mouvement entre deux extrêmes : les quintes parfaites pour l'accord pythagoricien, et les tierces majeures justes pour l'accord mésotonique. Par conséquent, lors de l'initiation du tempérament mésotonique, ayant pour but un bon tempérament, on pourrait viser pour un bon équilibre entre les impuretés des quintes et celles des tierces majeures, plutôt que de définir une tierce majeure juste construite sur des quintes diminuées.

Un équilibre possible, facile pour l'accord auditif, consiste à définir une tierce majeure avec un battement d'harmoniques égal à celui des quatre quintes qui l'ont construite. Cela conduit à un système à 4 équations (q_{Note} et p_{Note} : voir tableaux 1 et 2) contenant 4 variables : 4 notes inconnues (Do, Sol, Ré, Mi) :

$$q_{Do} = q_{Sol} = q_{Ré} = q_{La} = p_{Do}$$

[5.2.1] Les notes F et B

Tout comme pour le mésotonique classique, on peut continuer par l'accord des tierces majeures. Mais au lieu d'être justes, celles-ci peuvent contenir un de battement d'harmoniques égal. Le maintien des battements égaux des tierces majeures sur les notes Fa et Sol signifie que l'on veut :

$$q_{Do} = q_{Sol} = q_{Ré} = q_{La} = p_{Do} = p_{Fa} = p_{Sol}$$

Cet ensemble d'équations peut être résolu : il contient 6 équations à 6 variables : 6 notes inconnues (Fa, Do, Sol, Ré, Mi, Si). Le contrôle de la solution montre qu'en plus des égalités d'impuretés déjà souhaitées, on obtient la même impureté également, pour la quinte sur Mi. On peut donc exiger :

$$q_{Do} = q_{Sol} = q_{Ré} = q_{La} = p_{Do} = p_{Fa} = p_{Sol} = q_{Mi}$$

Il s'agit d'un ensemble de 7 équations tenant seulement 6 variables, mais il peut être résolu en effet, car la septième équation s'est avérée redondante. Les rapports de notes obtenus sont affichés ci-dessous, et les fréquences obtenues ainsi que les battements d'harmoniques égaux sont affichés au tableau 7 plus loin.

$$-q_{Note} = p_{Note} = \frac{La3}{113} = \frac{5Fa3}{451} = \frac{Do4}{135} = \frac{Sol3}{101} = \frac{Ré4}{151} = \frac{Mi4}{169} = \frac{2Si3}{253}$$

[5.2.2] Les notes altérées du C-majeur

Les fréquences obtenues ci-dessus pour les notes Fa2 et Si2, englobant six quintes diminuées, imposent un rapport moyen des quintes qui dépasse légèrement 3/2, pour les six quintes restantes. Ceci peut être exprimé mathématiquement par :

$$\frac{Si2}{Fa2} \times (quinte)^6 \times 2^n = \frac{5 \times 253}{2 \times 451} \times (quinte)^6 \times 2^{-4} = 1 \quad \text{et donc} \quad quinte = 1.500396 \dots$$

Le rapport ci-dessus est légèrement supérieur à celui de la quinte parfaite, mais encore plus proche de la quinte parfaite que dans les paragraphes 4.1 et 5.1.2 ci-dessus. La définition qui suit des notes modifiées, peut donc se faire de façon identique à celle appliquée au paragraphe 5.1.2.

[5.2.3] Solutions du Mésotonique Bien Tempéré

L'ensemble des solutions conduit à l'échelle suivante, tableau 7 :

	Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Mi3
<i>f</i> _{Note}	175,61	184,71	196,64	207,80	220,00	234,02	246,28	262,83	277,07	293,98	311,90	329,03
<i>q</i> _{Note}	-1,17	0,00	-1,95	0,39	-1,95	0,39	0,00	-1,95	0,00	-1,95	0,39	-1,95
<i>p</i> _{Note}	1,95	12,51	1,95	12,32	8,27	5,84	16,17	1,95	19,54	7,79	13,62	17,28

Tableau 7 : Le Mésotonique Bien Tempéré ; Δ(cent) = 0,42

Comme on peut le constater, le Mésotonique Bien Tempéré détient 5 quintes et 3 tierces majeures avec un battement d'harmoniques égal défini, égal à -1,95 . . . bps. Cette égalité des battements d'harmoniques ne doit pas être confondue avec les impuretés égales (en cent) du 12TET².

La figure 1 contient un axe horizontal obtenu par déploiement du cycle des quintes, qui est ouvert à la note Sol# (= Lab). Elle affiche une représentation "classique" des impuretés des quintes et tierces majeures en cents, et l'on perçoit un tracé assez normal, très comparable à celui des plus célèbres bons tempéraments. Toutes les quintes sont plus pures que les tierces majeures les plus pures, et l'impureté des quintes légèrement augmentées sur Lab (Sol#), Mib, Sib, s'avère insignifiante.

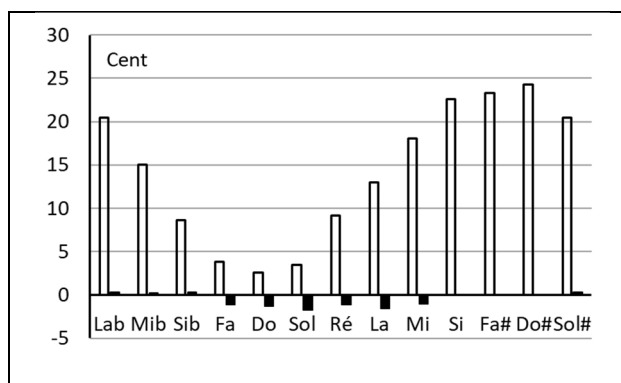


Figure 1 : Impuretés des quintes (en noir) et tierces majeures

La figure 2 contient un axe horizontal obtenu par déploiement du cycle des quintes, qui est ouvert à la note Fa3. Elle illustre « de manière non conventionnelle » les impuretés des quintes et des tierces majeures en bps., au sein d'une échelle chromatique sur Fa2, l'échelle habituellement utilisée pour l'accord auditif. Les notes sur la figure sont données selon une séquence inversée et « non conventionnelle » de quintes. Le tracé affiché est remarquable et régulier pour les notes naturelles du Do-majeur diatonique, et illustre très bien l'égalité d'impureté obtenue de certaines quintes et tierces majeures.

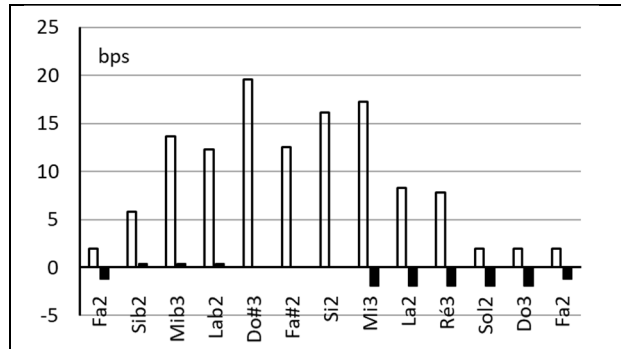


Figure 2 : Impuretés des quintes (en noir) et tierces majeures

La figure 3 présente un aperçu clair et simple de la distribution des impuretés déterminées sur le cycle des quintes, où l'égalité des marques sur les intervalles signifie l'égalité des battements d'harmoniques de ces intervalles :

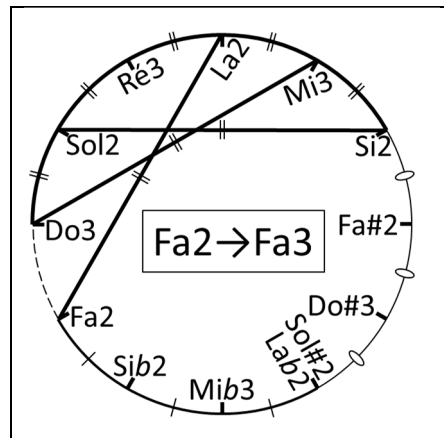


Figure 3 : distribution des impuretés

[5.2.4] Le mésotonique bien tempéré ; la pratique de l'accord

[5.2.4.1] Le mésotonique bien tempéré ; Chorton (« Diapason d'orgue Allemand » ; La = 440)

Le Mésotonique Bien Tempéré défini, tableau 7, paragraphe 5.2.3, est encore un peu trop complexe pour une application directe d'un accord auditif ; les taux de battements auditifs ne peuvent pas être mesurés avec une précision tenant jusqu'à deux chiffres décimaux. Une instruction de réglage alternative appliquée par Calvet propose les taux de battement des quintes à - 2 , 0, et 0,5 bps. Les hauteurs théoriques résultantes des notes sont affichées au tableau 8.

	Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Fa3
f_{Note}	175,67	184,69	196,67	207,77	220,00	234,06	246,25	262,89	277,03	294,00	311,91	329,00
q_{Note}	-1,23	0,00	-2,00	0,50	-2,00	0,50	0,00	-2,00	0,00	-2,00	0,50	-2,00
p_{Note}	1,66	12,79	1,67	12,69	8,13	5,71	16,39	1,56	20,19	7,50	13,78	17,19

Tableau 8 : Mésotonique Bien Tempéré ; pratique d'accord possible pour "Chorton" (A = 440)

Les battements des tierces majeures diatoniques deviennent légèrement plus lents, mais restent mutuellement quasi égaux. Ce tempérament est très bon, et facilement applicable en pratique.

[5.2.4.2] Le Mésotonique Bien Tempéré ; Kammerton (« Diapason de chambre Allemand » ; La = 415)

Le Mésotonique Bien Tempéré défini, tableau 7, paragraphe 5.2.3, peut également être calculé pour un diapason La = 415 ; voir tableau 9.

Ce tempérament peut être installé tenant comme instruction un accord des quintes au taux de battements « légèrement en dessous de -2 », et 0 , et 1/3 bps.

	Fa2	Fa#2	Sol2	Sol#2	La2	Sib2	Si2	Do3	Do#3	Ré3	Mib3	Fa3
f_{Note}	165,63	174,22	185,46	195,99	207,50	220,72	232,29	247,90	261,33	277,28	294,17	310,33
q_{Note}	-1,10	0,00	-1,84	0,37	-1,84	0,37	0,00	-1,84	0,00	-1,84	0,37	-1,84
p_{Note}	1,84	11,80	1,84	11,62	7,80	5,51	15,25	1,84	18,43	7,35	12,85	16,30

Tableau 8 : Mésotonique Bien Tempéré ; pratique d'accord possible pour "Kammerton" (A = 415)

Ce tempérament est très bon, et facilement applicable en pratique.

[5.3] Comparaison du Mésotonique Bien Tempéré aux tempéraments historiques

Le Mésotonique Bien Tempéré défini, tableau 7, paragraphe 5.2.3 semble être probablement le meilleur bon tempérament possible, qui peut être obtenu par simple accord auditif.

La différence en $\Delta(\text{cent})$ de ce Mésotonique Bien Tempéré, avec le bon tempérament « optimal » au tableau 5, paragraphe 4.1, s'élève à seulement 0,42 cents. La différence en $\Delta(\text{cent})$ du tempérament Vallotti avec le bon tempérament « optimal » au tableau 5 s'élève à 0,87 cents, le deuxième meilleur est Barca (selon Devie) avec 1,18 cents, et tous les autres tempéraments historiques ont des différences encore plus élevées. La différence en $\Delta(\text{cent})$ entre le mésotonique tempéré, tableau 6, paragraphe 5.1.3, avec le bon tempérament « optimal » au tableau 5 s'élève à 1,39 cents.

Observation :

L'intuition musicale peut avoir tendance à accepter des battements d'harmoniques plus élevés pour des intervalles sur des notes de base plus élevées.

Cela nous ramène à la détermination des notes en fonction des cents, rapports ou commas. Un bon tempérament « optimal » en cents peut être défini sur la base des cents, qui tient une égalité des impuretés exprimés en cents pour le Do-majeur diatonique, en analogie avec l'optimum défini sur base de battements d'harmoniques.

Sur base de ce bon tempérament « optimal » en cents, la différence en $\Delta(\text{cent})$ avec ce Mésotonique Bien Tempéré, s'élève un peu jusqu'à 0,66 cents. La différence en $\Delta(\text{cent})$ du tempérament Vallotti avec ce bon tempérament « optimal » est un peu meilleur avec 0,34 cents, le suivant est Barca (acc. Devie) avec 0,84 cents, et tous les autres tempéraments historiques ont des différences encore plus élevées.

La différence en $\Delta(\text{cent})$ entre le mésotonique tempéré, tableau 6, paragraphe 5.1.3, avec ce bon tempérament « optimal » en cents s'élève à 1,58 cents.

[6] « Das wohltemperirte Clavier » (= « Le Clavier Bien Tempéré » = CBT)

Les bons tempéraments sont souvent relatés à Werckmeister, mais ils le sont plus souvent encore à « Das wohltemperirte Clavier » (1722 ; 1740 – 42), un chef-d'œuvre de J. S. Bach.

Les discussions sur les tempéraments de Bach peuvent être controversées, du fait que J. S. Bach n'a pas laissé des instructions écrites sur sa façon d'accorder un clavier. Aucune certitude historique n'existe sur sa façon d'accorder son clavicorde, bien qu'il soit mentionné et généralement accepté qu'il y était très doué, et extrêmement rapide (Forkel, p. 17 ; Kelletat, 1981, p. 52 – 53).

D'autre part, il faut tenir en compte que l'éducation musicale de Bach était basée sur le mésotonique, et qu'il n'a probablement eu que quelques premières expériences avec quelque bon tempérament lors de sa visite à Buxtehude à Lübeck en 1705 (Kelletat, 19, p. 33 , note 1 en bas de page). Son bon tempérament pourrait donc avoir des liens avec le mésotonique, . . . point d'interrogation . . . ?

Il était à coup sûr très sensible aux affects musicaux : il mit en valeur les qualités du bien tempéré au moyen de « Das wohltemperirte Clavier » (1722), mais il exprima aussi l'horreur dans certaines parties de "La Passion de St. Matthieu » (1727), par application intentionnelle de clés « interdites » au mésotonique (Mi, Si, Fa#, Do#, Sol#, Mib) sur des instruments accordés en mésotonique (Kelletat 1982, p. 20).

Observation : la «Passion de St. Matthieu» (1727), où le mésotonique peut avoir un impact majeur sur certains affects musicaux, est POSTÉRIEUR à « Das wohltemperirte Clavier » (1722) basé sur un bon tempérament.

L'accord par Bach de son clavicorde a été discuté, parfois indirectement, par Kirnberger (1771), dans les lettres de Kirnberger à Forkel (Kelletat, 1960, 1981, 1982) et par Forkel (1802), tous plaidant en faveur d'une espèce de bon tempérament.

Le bon tempérament a également été discuté par Marpurg (1776, par. 228, p. 213), plaidant en faveur de l'application du tempérament égal (12TET) par Bach. Il faut remarquer que Marpurg invoque Kirnberger, ce dernier aurait référé à Bach à ce sujet, en tant qu'ancien étudiant de Bach. Kirnberger, cependant, contredisant son étudiant Marpurg, nie cela de façon ferme et en privé dans des lettres à Forkel (Kelletat, 1981, p. 42, note 18). L'hypothèse de Marpurg concernant le tempérament de Bach a été copiée par un nombre incalculable d'auteurs dans un nombre incalculable de publications, pendant plus de deux siècles, et même aujourd'hui encore.

Un probable premier doute concernant l'application du 12TET par Bach a été publié par Bosanquet H. (1876, p. 28-30), et une percée sur ces doutes a probablement eu lieu grâce à Kelletat (1960).

Kelletat suppose que le tempérament qui aurait pu être appliqué par Bach aurait pu être Kirnberger III, OU TOUT AUTRE SIMILAIRE. Compte tenu de certaines dates, cette dernière opinion est probablement préférable : "ou tout autre similaire". En effet, "Das wohltemperirte Clavier" date de 1722, Kirnberger fut un élève de Bach de 1739 à 1741, et Bach mourut en 1750 ; le tempérament Kirnberger I date de 1761, Kirnberger II de 1771 et Kirnberger III de 1779.

Depuis Kelletat, de nombreuses hypothèses sont publiées sur d'éventuels « tempéraments de Bach ». Pour ne citer que les plus connus, on peut citer (chronologiquement) Kelletat (1966), Kellner (1977), Billeter (1979), Sparschuh (1999), Zapf (2001), Jobin (2005), Lehman (2005), Lindley

(2006), Amiot (2008), et bien d'autres certainement qui ne figurent pas dans cette courte liste récapitulative (Calvet et Lehman par exemple, publient des listes plus longues).

La figure 4 illustre le tracé d'impuretés des quintes en bps, du Mésotonique Bien Tempéré du tableau 7, paragraphe 5.2.3, dans une même séquence de notes que sur la figure 2. C'est aussi la séquence dans laquelle elles peuvent être assumées sur une figure de J. S. Bach tenant des boucles, figurant sur une partition de « Das wohltemperirte Clavier » : une séquence « inversée » de quintes, dans l'échelle Fa2 – Fa3, – c'est aussi l'échelle des notes utilisée pour l'accord –.

La partie de la figure 4, contenant des boucles, est copiée d'Amiot (2008).

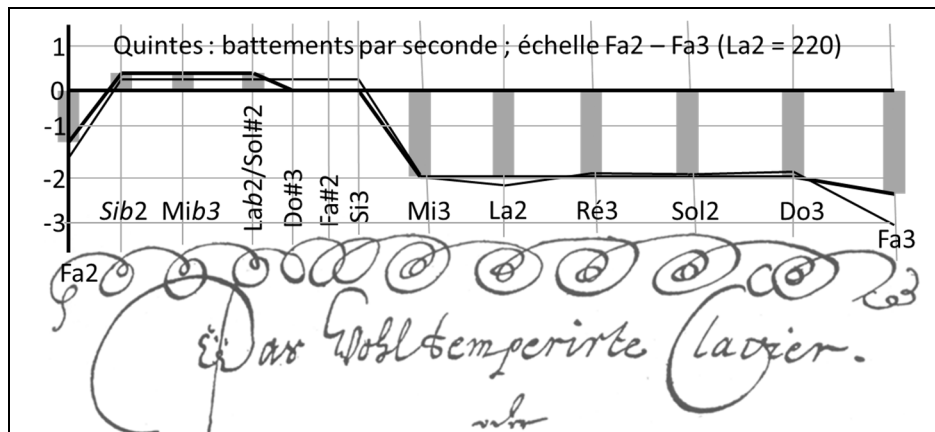


Figure 4 : tracé des impuretés de quintes, en bps., Tracé gras / barres grises (par. 5.2)
Tracé fin : tempérament auditif « optimal » (par. 4)

On peut observer une similitude frappante des marques des notes, face aux boucles de Bach ainsi que face au cours de quintes du Mésotonique Bien Tempéré, sur le graphique au-dessus des boucles. Peut-être une similitude la plus proche, si on compare à de nombreuses autres hypothèses concernant le tempérament appliqué par Bach ? Remarquable également, c'est que cette comparaison est obtenue à la suite d'une reconstruction d'un Mésotonique Bien Tempéré basé sur l'accord auditif et des pensées mathématiques, là où, d'autre part, Bach ne s'intéressait pas aux préoccupations concernant les rapports ou les mathématiques des tempéraments, mais surtout à l'harmonie (auditive) et la pureté (Forkel, p. 39³) :

<< Autant le style d'enseignement de Bach était-il déterminé et fiable dans le jeu, autant l'était-il aussi dans la composition. Il ne débutait pas à base de contrepoints secs qui ne menaient à rien, comme c'était le cas d'autres professeurs de musique à son époque ; encore moins embarrassait-il ses élèves de calculs de relations tonales qui, à son avis, importent peu aux compositeurs, mais par contre bien aux simples théoriciens et facteurs d'instruments. >>

La dextérité et la rapidité exceptionnelles avec lesquelles Bach pouvait accorder auditivement un clavicorde (Forkel, p. 17 ; Kellat, 1981, p. 52 – 53) permettent de supposer qu'il n'accordait très probablement que de façon auditive.

Au cas où Bach aurait accordé selon le Mésotonique Bien Tempéré (point d'interrogation très accentué, sans aucune preuve historique), on pourrait prétendre qu'il a résolu de manière auditive, un problème mathématique et auditif quelque peu complexe, tenant une **facilité d'accord auditif, menant à un bon tempérament, tenant un Do majeur diatonique quasi optimal et des battements d'harmoniques égaux.**

[7] Conclusion

- Le Mésotonique Bien Tempéré proposé, tableau 7, paragraphe 5.2.3, offre une combinaison unique de facilité d'accord auditif, menant à un bon tempérament, tenant un Do-majeur diatonique presque optimal et des battements d'harmoniques égaux. Ces propriétés pourraient être liées à J. S. Bach, . . . point d'interrogation ?
- ***Ce n'est pas l'exactitude mathématique et précise des quintes qui prévaut***, . . . mais ce qui prévaut en effet, c'est le "jugement auditif d'égalité" des musiciens interprètes et des accordeurs, leur « cervoreille » (Calvet 2020), observant les sons comme des groupes cohérents, menant à un battement d'harmoniques virtuellement égal pour certaines quintes et tierces majeures.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sentiments de gratitude les plus sincères envers Amiot E., Calvet A., Jobin E. et Paintoux T., mais aussi Baroin G. pour la compilation d'une vidéo intéressante sur ce sujet. Leur attitude ouverte a permis un échange d'idées assez intense, ce qui a permis une meilleure compréhension et une évolution d'idées concernant le tempérament musical et les questions de l'accord, permettant le développement des idées et des concepts exprimés dans ce texte.

Remerciements à ma fille Hilde : c'est elle qui m'a incité à rechercher ce que veulent les musiciens, plutôt que de faire la recherche de ce que pourrait bien être le tempérament préféré d'une personnalité.

DEDICACE

Cet article est dédié à tous les musiciens classiques et accordeurs.
Leurs oreilles musicales sensibles offrent à notre monde le meilleur de la plus universelle et la plus belle de toutes les langues : **LA MUSIQUE**.

Broekaert Johan
Ingénieur Civil, Électromécanique, option Electronique, Université Catholique de Louvain, 1967
Nieuwelei, 52
B 2640 Mortsels
Belgique
Tel. 00 32 3 455 09 85

broekaert.devriendt@gmail.com

<http://users.telenet.be/broekaert-devriendt/Index.html>

<https://home.deds.nl/~broekaert/Index.html>

OUVRAGES CITÉS

Note : la liste ci-dessous inclut tous les ouvrages cités dans une version détaillée et plus extensive de ce texte, du même auteur

- Amiot E. 2008 : "Discrete Fourier Transform and Bach's Good Temperament"
<https://mtosmt.org/issues/mto.09.15.2/mto.09.15.2.amiot.html>
- Barbour J. M. 1951 : "Tuning and Temperament: A Historical Survey"
- Bosanquet H. 1876 : "An elementary treatise on musical intervals and temperament"
https://en.xen.wiki/images/a/a7/Bosanquet_-_An_elementary_treatise_on_musical_intervals.pdf
- Calvet A. 2020: "Le Clavier Bien Obtempéré"
<http://www.andrecalvet.com/v3/index.php>
- De Bie J. 2001 : "Stemtoon en stemmingsstelsels", private edition, most data originate from
 Barbour J. 1951: "Tuning and Temperament: A Historical Survey"
- de Zwolle H. A. (~1400 – 1466) : « Liber proportionum musicalium » (~1450).
- Devie D. 1990 : "Le Tempérament Musical : philosophie, histoire, théorie et pratique"
- Douwes C. 1699 : "Grondig onderzoek van de Toonen der Musyk",
- Fritz B. 1756 : "Anweisung, wie man Claviere ... in allen zwölf Tönen gleich rein stimmen könne ..."
<https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN630630391>
- Forkel J. 1802: Ueber Johann Sebastian Bachs Leben, Kunst und Kunstwerke.
<https://www.digitale-sammlungen.de/en/view/bsb10528130?page=,1>
- Jedrzejewski F. 2002 : "*Mathématiques des systèmes acoustiques, Tempéraments et modèles contemporains.*" L'Harmattan, Paris, 2002.
- Jobin E. 2005 : "BACH et le Clavier bien Tempéré" ;
<https://www.clavecin-en-france.org/spip.php?article52>.
- Kelletat H. 1957 : "Ein Beitrag zur Orgelbewegung. Vom Klangerlebnis in nichtgleichswebenden Temperaturen"
- Kelletat H. 1960 : "Zur musikalischen Temperatur"
- Kelletat H. 1981 : "Zur musikalischen Temperatur ; Band I. Johann Sebastian Bach und seine Zeit"
- Kelletat H. 1982 : "Zur musikalischen Temperatur ; Band II. Wiener Klassik"
- Kelletat H. 1993 : "Zur musikalischen Temperatur ; Band III. Franz Schubert"
- Kellner H. 1977 : "Eine Rekonstruktion der wohltemperierten Stimmung von Johann Sebastian Bach"
- Kroesbergen W. 2013 : "18th Century Quotes on J.S. Bach's Temperament" see :
https://www.academia.edu/5210832/18th_Century_Quotations_Relating_to_J.S._Bach_s_Temperament
- Lehman B. 2005 : "Bach's extraordinary temperament: our Rosetta Stone – 1 ; – 2" ; Early Music
- Marpurg F. 1776: "Versuch über die musikalische Temperatur"
http://www.deutschestextarchiv.de/book/view/marpurg_versuch_1776?p=5
- Napier J. 1614 : "Mirifici logarithmorum canonis descriptio"
- Norback J. 2002 : "A Passable and Good Temperament ; A New Methodology for Studying Tuning and Temperament in Organ Music",
<https://core.ac.uk/download/pdf/16320601.pdf>
- Pitiscus B. 1603 : "Thesaurus mathematicus"
- Railsback O. 1938 : "Scale temperament as applied to piano tuning" J. Acoust. Soc. Am. 9(3), p. 274 (1938)
- Rameau J.-P. 1726 : Nouveau système de musique théorique
- Rheticus G. 1542 : "De lateribus et angulis triangulorum (with Copernicus ; 1542)"
- Salinas F. 1577 : "De musica libra septem"
<https://reader.digitale-sammlungen.de//resolve/display/bsb10138098.html>
- Sparschuh A. 1999 : "Stimm-Arithmetic des wohltemperierten Klaviers von J. S. Bach (TU Darmstadt)
- Stevin S. ca. 1586 : "De Thiende" (The Tenth)
- Stevin S. ca. 1605 : "Vande Spiegheling der Singconst" (Considerations on the art of singing)
<https://adcs.home.xs3all.nl/stevin/singconst/singconst.html>
- Werckmeister A. 1681 : "Orgelprobe"
- Werckmeister A. 1686 : "Musicae Hodegus Curiosus"
<http://digitale.bibliothek.uni-halle.de/vd17/content/titleinfo/5173512>

Werckmeister A. 1689 : "Orgelprobe"

https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10527831_00007.html

Werckmeister A. 1691 : "Musicalische Temperatur"

<https://www.deutsche-digitale-bibliothek.de/item/VPHYMD3QYBZNQL2UAK3Q2O35GBSVAIEL>

Zapf 2001: "Handling Down the Tradition: The Survival of Bach's Fingering Technique in an Obscure Nineteenth-century Clavier Tutor" (De Clavicordio, sept. 2001, pr. 39-44).

¹ Définition originale, en langue allemande :

"Wohltemperierung heißt mathematisch-akustische und praktisch-musikalischen Einrichtung von Tonmaterial innerhalb der zwölfstufigen Oktavskala zum einwandfreien Gebrauch in allen Tonarten auf der Grundlage des natürlich-harmonischen Systems mit Bestreben möglicher Reinerhaltung der diatonische Intervalle.

Sie tritt auf als proportionsgebundene, sparsam temperierende Lockerung und Dehnung des mitteltönigen Systems, als ungleichschwebende Semitonik und als gleichschwebende Temperatur."

² Un malentendu pourrait être possible dans la langue allemande : le battement égal obtenu ici correspond à « Gleichschwebend », tandis que le 12TET se nomme « Gleichschwebende Temperatur ». La même confusion est également possible en néerlandais.

³ Texte original, en langue allemande :

So zweckmäßig und sicher Bachs Lehrart im Spielen war, so war sie es auch in der Composition. Den Anfang machte er nicht mit trockenen, zu nichts führenden Contrapunten, wie es zu seiner Zeit von andern Musiklehrern geschah; noch weniger hielt er seine Schüler mit Berechnungen der Tonverhältnisse auf, die nach seiner Meynung nicht für den Componisten, sondern für den bloßen Theoretiker und Instrumentenmacher gehörten.